

5

रैखिक समीकरण

- **रैखिक बहुपद:** ऐसा बहुपद जिसकी घात एक हो।
- **समीकरण:** जिसमें दो व्यंजकों को बराबर के चिह्न से अलग करके लिखते हैं।
- **रैखिक समीकरण:** ऐसा समीकरण जिसमें केवल रैखिक बहुपद हो।
अधिकतमक (सबसे बड़ी घात) 1 हो।
एक चर के रैखिक समीकरण का व्यापक रूप $ax + b = 0$, $a \neq 0$, है जहाँ a तथा b वास्तविक संख्याएँ हैं।
- **बायाँ पक्ष:** समता चिह्न से बायीं ओर दर्शाता है।
- **दायाँ पक्ष:** समता चिह्न से दायीं ओर दर्शाता है।
- **एक चर के रैखिक समीकरण का हल:** चर का ऐसा मान जिसे दिए गए समीकरण में रखने पर बायाँ पक्ष (LHS) तथा दायाँ पक्ष (RHS) बराबर हो जायें।
- **एक समीकरण को हल करने के नियम:** समीकरण के दोनों पक्षों में एक समान संख्या जोड़ सकते हैं। समीकरण के दोनों पक्षों में से एक समान संख्या घटा सकते हैं।
समीकरण के दोनों पक्षों को एक समान शून्येतर संख्या से गुणा कर सकते हैं।
समीकरण के दोनों पक्षों में एक समान शून्येतर संख्या से भाग कर सकते हैं।
- **पक्षान्तरण:** वह विधि जिसके द्वारा किसी पद को एक पक्ष से दूसरे पक्ष में ले जाते हैं तो चिह्न बदल जाता है।
- **एक चर में रैखिक समीकरण बनाना:** अज्ञात को अक्षर x, y, z, m, n, p आदि से दर्शाते हैं तथा दिए गए कथन को एक समीकरण में बदलते हैं।
- **दो चरों का रैखिक समीकरण:** $ax + by + c = 0$ दो चरों x तथा y में एक रैखिक समीकरण है। दो चरों वाले रैखिक समीकरण के असंख्य हल हैं।

$ax + by + c = 0$ में y के प्रत्येक मान के लिए, हमें x का एक अद्वितीय मान प्राप्त होता है।

$$\Rightarrow ax = -by - c \Rightarrow x = \frac{-by - c}{a}$$

रैखिक समीकरण $ax + c = 0$, $a \neq 0$ को दो चरों वाला रैखिक समीकरण माना जा सकता है जब यदि उसे $ax + 0.y + c = 0$ के रूप में लिखा जाये।

- **दो चरों में रैखिक समीकरण के आलेख:** एक समतल में कम से कम दो ऐसे बिन्दु ज्ञात कीजिए जिनके निर्देशांक उस समीकरण के हल हों। उन्हें तल में आलेखित कीजिए तथा उनको पैमाने का प्रयोग करके परस्पर मिलाइए।
दो चरों के रैखिक समीकरण का आलेख हमेशा एक सरल रेखा होती है।
- **रैखिक समीकरण निकाय:** दो चरों वाले रैखिक समीकरण युग्म को रैखिक समीकरण निकाय कहते हैं तथा उसे इस प्रकार लिखते हैं $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ (दोनों $a_1, b_1 \neq 0$)
 $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ (दोनों $a_2, b_2 \neq 0$) जहाँ $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ वास्तविक संख्याएँ हैं।
रैखिक समीकरण निकाय को आलेखीय विधि अथवा किसी बीजीय विधि द्वारा हल कर सकते हैं।
- **रैखिक समीकरण निकाय के हल करने की आलेखीय विधि:** दोनों समीकरणों के आलेख एक ही ग्राफ पेपर पर खींचिए।
यदि आलेख (ग्राफ) की रेखाएं प्रतिच्छेदित करती हैं तो वह प्रतिच्छेदित बिन्दु निकाय का एक अद्वितीय हल होता है।
यदि दो रेखाएँ सम्पाती हैं तो निकाय के अनन्त हल होते हैं।

यदि आलेख की रेखाएं समान्तर हैं तब निकाय का कोई हल नहीं होता है।

● **रैखिक समीकरण निकाय के हल करने की बीजीय विधि:**

प्रतिस्थापन विधि: एक समीकरण से एक चर का मान दूसरे चर के रूप में ज्ञात करते हैं तथा इसे दूसरे समीकरण में प्रतिस्थापित करते हैं दूसरा समीकरण एक चर वाला रैखिक समीकरण बन जाता है।

विलोपन विधि: दोनों समीकरणों को उचित शून्येतर

संख्या से गुणा कर किसी एक चर के गुणांक को संख्यात्मक रूप से समान करते हैं। तब एक समीकरण को दूसरे समीकरण में जोड़ कर या घटाकर एक चर का विलोपन कर देते हैं, परिणामस्वरूप हमें एक चर में एक समीकरण प्राप्त होता है।

● **रैखिक समीकरणों पर आधारित शाब्दिक प्रश्न:**
दी गई सूचना को रैखिक समीकरण में बदलकर उन्हें हल करते हैं।

देखें आपने कितना सीखा :

1. रैखिक समीकरण की घात है:
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 0
2. निम्नलिखित में से कौन $x + 3 = 9$ का हल है?
(A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12
3. निम्नलिखित में से कौन सा क्रमित युग्म, $4x - 3y + 1 = 0$ द्वारा निरूपित सरल रेखा पर स्थित है:
(A) (2, 1) (B) (5, 3) (C) (3, 2) (D) (5, 7)
4. यदि बिन्दु (K, 4) सरल रेखा $3x + y = 10$ पर स्थित है तो K का मान है:
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
5. दो चरों वाले रैखिक समीकरण निकाय का एक अद्वितीय हल है, यदि उसका आलेख है:
(A) प्रतिच्छेदी रेखाएँ (B) सम्पाती (समान) रेखाएँ
(C) समान्तर रेखाएँ (D) इनमें से कोई नहीं
6. निम्नलिखित समीकरण निकाय को आलेखीय विधि द्वारा हल कीजिए:
 $x - 2y = 7, 3x + y = 35.$
7. निम्नलिखित समीकरण निकाय को प्रतिस्थापन विधि द्वारा हल कीजिए:
 $2x + 3y = 13, 5x - 7y = -11.$
8. निम्नलिखित समीकरण युग्म को विलोपन विधि द्वारा हल कीजिए:
 $3x + 2y = 11, 2x + 3y = 4$
9. यदि एक भिन्न के अंश में 1 कम दिया जाये तो यह $\frac{2}{3}$ हो जाती है तथा हर को 5 बढ़ा दिया जाये तो भिन्न $\frac{1}{2}$ हो जाती है, भिन्न ज्ञात कीजिए।
10. एक आयत का परिमाण 20 सेमी. है यदि उसकी लम्बाई, चौड़ाई से 4 सेमी. अधिक है, तो आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

स्वयं विस्तारण:

1. $4x + 5y = 20$ का आलेख बनाइए। यह भी दर्शाइए कि बिन्दु $(2, 3)$ रेखा $4x + 5y = 20$ पर स्थित नहीं है।
2. p तथा q के लिए हल कीजिए:

$$4p + \frac{6}{q} = 15,$$

$$6p - \frac{8}{q} = 14$$
3. निम्नलिखित समीकरणों के युग्म का आलेख बनाइए:
 $2x - y = -8, 8x + 3y = 24$
 इन समीकरणों द्वारा निरूपित रेखाओं से बने त्रिभुज के शीर्षों के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

उत्तर:

देखें आपने कितना सीखा:

1. A
2. B
3. D
4. B
5. A
6. $x = 11, y = 2$
7. $x = 2, y = 3$
8. $x = 5, y = -2$
9. $\frac{7}{9}$
10. 21 वर्ग सेमी.

स्वयं विस्तारण:

2. $p = 3, q = 2$
3. $(0, 8)$ $(-4, 0)$ तथा $(3, 0)$