

3

बीजीय व्यंजक तथा बहुपद

- **अचर:** किसी निश्चित मात्रा को व्यक्त करने वाली संख्या उदाहरण के लिए 0, 1, 2
- **चर:** एक ऐसी अक्षर संख्या जिसके विभिन्न मान हो सकते हैं। एक चर को अंग्रेजी के अक्षर a, b, c, x, y, z आदि से प्रदर्शित करते हैं।
- **बीजीय व्यंजक:** एक बीजीय व्यंजक अचर तथा चरों का संयोजन होता है जो मूलभूत संक्रियाओं (+, -, ×, ÷) में से किसी एक या सभी से संयोजित होता है।
- **पद:** चिह्न सहित लिखने पर व्यंजक का प्रत्येक भाग व्यंजक का पद कहलाता है।
- **एकपदी:** एक बीजीय व्यंजक जिसका एक पद हो उदाहरण के लिए $6a^2, 3x^2y^2$ आदि।
- **द्विपद:** एक बीजीय व्यंजक जिसके दो पद हों उदाहरण के लिए $a^2 + b^2, 7xy + y^2$ आदि।
- **त्रिपद:** एक बीजीय व्यंजक जिसके तीन पद हों उदाहरण के लिए $x^2 + y^2 + z^2, x^2 + 2xy + y^2$ आदि।
- **बहुपद:** एक बीजीय व्यंजक, जिसके हर में चर न हो तथा चरों के घातांक पूर्ण संख्याओं में हों तथा विभिन्न पदों के संख्यात्मक गुणांक वास्तविक संख्याएं हों उदाहरण के लिए $x^3 - 2y^2 + y - \sqrt{7}$ एक बहुपद है जबकि $x^3 - \frac{1}{x}$ एक बहुपद नहीं है।
- **गुणनखण्ड:** जब दो या दो से अधिक संख्याओं या चरों को गुणा करते हैं तब उनमें से प्रत्येक संख्या तथा उसका गुणा अपने गुणनफल का एक गुणनखण्ड कहलाती है। एक अचर गुणनखण्ड सांख्यिकीय (अंकीय) गुणनखण्ड है जबकि चर एक अक्षर गुणनखण्ड है।
- **गुणांक:** किसी पद का प्रत्येक गुणनखण्ड चिह्न सहित लिखने पर, अन्य गुणनखण्डों के गुणनफल का गुणांक कहलाता है। उदाहरण के लिए $-3xy$ में x का गुणांक $-3y$ है।
- **अचर पद:** ऐसा पद जिसमें अक्षर गुणनखण्ड न हों उदाहरण के लिए $2x + 9y + 7$ में अचर पद 7 है।
- **सजातीय तथा विजातीय पद:** वे पद जिनमें समान अक्षर गुणनखण्ड होते हैं सजातीय पद कहलाते हैं तथा जिनमें विभिन्न अक्षर गुणनखण्ड होते हैं विजातीय पद कहलाते हैं।
- **बहुपद की घात:** एक पद में चरों के घातांकों का योगफल उस पद की घात कहलाता है। एक बहुपद की घात उस बहुपद के विभिन्न पदों में अधिकतम घात तथा शून्येतर गुणांक वाले पद की घात होती है।
- **द्विघातीय बहुपद:** एक ऐसा बहुपद जिसकी घात 2 हो उदाहरण के लिए $x^2 - 3x + 2$ ।
- **शून्य घात बहुपद:** शून्येतर अचर बहुपद की घात शून्य '0' ली जाती है।
- **शून्य बहुपद:** यदि बहुपद के सभी पदों में चर के गुणांक शून्य हों, तो बहुपद शून्य बहुपद कहलाता है। शून्य बहुपद की घात परिभाषित नहीं है।
- **बहुपद के शून्यक:** चर का वह मान, जिसके लिए एक चर के बहुपद का मान शून्य हो जाए।
- **बहुपदों का योग तथा व्यवकलन (घटाना):** दो या अधिक सजातीय पदों का योग एक सजातीय पद होता है जिसका गुणांक सजातीय पदों के गुणांकों का योगफल होता है।
दो सजातीय पदों का अन्तर एक सजातीय पद होता है, जिसका गुणांक सजातीय पदों के गुणांकों का अन्तर होता है।
बहुपदों का योग करने के लिए सजातीय पदों का योग कर लेते हैं। उदाहरण के लिए $2x + 3x = 5x$,

$$3x^2y + 8x^2y = 11x^2y$$

एक बहुपद में से दूसरे बहुपद को घटाने के लिए एक सजातीय पद में से दूसरे को घटाते हैं उदाहरण के लिए

$$9x^2y^2 - 5x^2y^2 = 4x^2y^2, \quad 5y - 2y = 3y.$$

- **बहुपदों का गुणनफल:** एक एकपदी को दूसरे एकपदी से गुणा करने के लिए, घातांकों के नियमों तथा चिह्नों के नियम का प्रयोग करते हैं उदाहरण के लिए $3a \times a^2b^2 = 3a^3b^2$
एक बहुपद को एकपदी से गुणा करने के लिए, बहुपद के प्रत्येक पद को उस एकपदी से गुणा करते हैं।
एक बहुपद को एक अन्य बहुपद से गुणा करने के लिए, एक बहुपद के प्रत्येक पद को दूसरे बहुपद के प्रत्येक पद से गुणा करते हैं तथा सजातीय पदों

को इकट्ठा करके परिणाम को सरल करते हैं।

- **बहुपदों का भाग :** किसी एकपदी को दूसरे एकपदी से भाग करने के लिए, घातांकों के नियमों द्वारा संख्यात्मक गुणांकों तथा चरों का भागफल अलग-अलग ज्ञात करते हैं तत्पश्चात् इन भागफलों को परस्पर गुणा करते हैं।

एक बहुपद को एकपदी से भाग करने के लिए, बहुपद के प्रत्येक पद को एकपदी से भाग करते हैं। एक बहुपद को दूसरे बहुपद से भाग करने की संक्रिया अंकगणित में भाग की संक्रिया की तरह ही है। इसके लिए सर्वप्रथम दोनों बहुपदों को उभयनिष्ठ चर के घातांकों के अवरोही क्रम में लिखकर व्यवस्थित किया जाता है।

$$\text{भाज्य} = \text{भाजक} \times \text{भागफल} + \text{शेषफल}$$

देखें आपने कितना सीखा :

1. शून्यतर अचर की घात है:
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
2. $7x^5y^3$ में x^5 का गुणांक है:
(A) 7 (B) 4^3 (C) $7y^3$ (D) 5
3. बहुपद $5x^6y^4 + x^2y + xy^2 - 3xy + 4$ की घात है:
(A) 2 (B) 3 (C) 6 (D) 10
4. निम्नलिखित में कौन सा बहुपद है?
(A) $x^2 - 5\sqrt{x} + 2$ (B) $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ (C) $\frac{5}{x^2 - 3x + 1}$ (D) इनमें कोई नहीं
5. बहुपद $x^2 - 2x - 15$ का एक शून्यक है:
(A) -5 (B) -3 (C) 0 (D) 3
6. निम्नलिखित युग्मों में से कौन सा युग्म सजातीय पदों का युग्म है?
(A) $2a, 2b$ (B) $2xy^3, 2x^3y$ (C) $3x^2y, \frac{1}{\sqrt{2}}yx^2$ (D) 8, 16a
7. $\frac{2}{3}x^2 + x + 1$ तथा $\frac{3}{7}x^2 + \frac{1}{4}x + 2$ का योग कीजिए।

