

26

प्रायिकता

- **प्रायिकता:** प्रायिकता गणित की वह शाखा है जिसमें हम अनिश्चितता का मापन ऐसी विभिन्न परिघटनाओं के लिए करते हैं जिनका कोई एक परिणाम नहीं होता अपितु अनेक परिणाम होते हैं।
- **प्रायिकता की परिभाषा:** अनिश्चितता के संख्यात्मक मापन को कहते हैं।
- **यादृच्छिक प्रयोग:** ऐसा प्रयोग जिसमें सभी संभावित परिणाम ज्ञात होते हैं परन्तु हम यह नहीं जानते कि कौन सा परिणाम प्राप्त होगा।
- **समप्रायिक परिणाम:** ऐसे परिणाम जिनके घटित होने की संभावनाएं समान हैं।
- **प्रतिदर्श समष्टि:** सभी संभावित परिणामों का संग्रह।
- **कुछ विशिष्ट प्रतिदर्श समष्टियां:**
एक सिक्के को एक बार उछालना $S = \{H, T\}$,
 $n(s) = 2 = 2^1$

एक सिक्के को दो बार उछालना अथवा दो सिक्कों को एकसाथ उछालना	$S = \{HH, HT, TH, TT\}$, $n(s) = 4 = 2^2$.
एक सिक्के को तीन बार उछालना अथवा तीन सिक्कों को एक बार उछालना	$S = \{HHH, HTH, HHT, THH, TTT, TTH, THT, HTT\}$, $n(s) = 8 = 2^3$.
एक पासे को एक बार फेंकना	$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $n(s) = 6 = 6^1$.

एक पासे को दो बार उछालना अथवा दो पासों को एक बार उछालना

$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (6,6)\}$, $n(s) = 36 = 6^2$.

- **घटना:** प्रतिदर्श समष्टि के कुछ परिणाम (जिसमें कोई भी परिणाम नहीं भी सम्मिलित है) अथवा सभी परिणामों को संग्रह।
- **एक घटना की प्रायिकता:**

$$P(E) = \frac{\text{घटना के अनुकूल (पक्ष) परिणामों की संख्या}}{\text{प्रतिदर्श समष्टि के सभी संभावित परिणामों की संख्या}}$$

$$= \frac{n(E)}{n(S)}$$

- **निश्चित घटना:** यदि घटना के अनुकूल परिणामों की संख्या, प्रतिदर्श समष्टि के कुल परिणामों की संख्या के समान है अथवा ऐसी घटना जिसकी प्रायिकता 1 है।
- **असंभव घटना:** ऐसी घटना जिसके अनुकूल कोई परिणाम न हो अथवा जिसकी प्रायिकता 0 हो।
- किसी घटना की प्रायिकता हमेशा 0 और 1 के मध्य होती है (0 एवं 1 भी सम्मिलित है) अर्थात् $0 \leq P(E) \leq 1$
- **पूरक घटना:** ऐसी घटना जो केवल तब घटती है जब घटना E नहीं घटती है और इसे \bar{E} से प्रदर्शित करते हैं।
एक पूरक घटना की प्रायिकता
 $P(\bar{E}) = 1 - P(E)$ अथवा $P(E) + P(\bar{E}) = 1$

देखें आपने कितना सीखा :

1. एक पासा एक बार फेंका जाता है। एक अभाज्य संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता है:
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{6}$
2. दो सिक्के एक बार उछाले जाते हैं। कम से कम एक चित प्राप्त होने की प्रायिकता है:
(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) 1
3. 52 पत्तों की गड्डी में से एक पत्ता निकाला जाता है। इस पत्ते की, चित्र वाला पत्ता, होने की प्रायिकता है:
(A) $\frac{4}{13}$ (B) $\frac{3}{13}$ (C) $\frac{2}{13}$ (D) $\frac{1}{13}$
4. पासों का एक युग्म एक बार फेंका जाता है। दोनों पासों पर प्राप्त संख्याओं का योग 11 होने की प्रायिकता है:
(A) $\frac{1}{36}$ (B) $\frac{1}{12}$ (C) $\frac{1}{18}$ (D) $\frac{1}{9}$
5. निम्न में से कौन एक घटना की प्रायिकता नहीं हो सकती?
(A) $\frac{2}{3}$ (B) 15% (C) 0.7 (D) 1.5
6. एक सिक्के को दो बार उछाला जाता है। एक चित प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
7. एक पासा एक बार फेंका जाता है। एक सम संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
8. अच्छी तरह से फेंटी गई 52 पत्तों की गड्डी में से एक पत्ता निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह पत्ता इक्का नहीं है।

स्वयं विस्तारण:

1. एक बक्से के अन्दर 3, 4, 5....., 19 द्वारा अंकित कार्ड रखे गए हैं और इन कार्डों को अच्छी तरह हिलाया गया है। यदि बक्से में से एक कार्ड यादृच्छया निकाली जाती है,
(i) एक अभाज्य संख्या (ii) एक पूर्ण वर्ग संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए:
2. एक बैग में 12 गेंदें हैं जिनमें x गेंदें सफेद रंग की हैं। यदि बैग में सफेद रंग की 6 गेंदें और रख दी जाएं तो सफेद रंग की गेंद प्राप्त होने की प्रायिकता दोगुनी हो जाती है। x का मान ज्ञात कीजिए।
3. एक सामान्य वर्ष में 53 रविवार होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

4. यदि संख्याओं 1, 2, 3 में से एक संख्या चुनी जाती है और संख्याओं 1, 4, 9 में से एक संख्या का चयन किया जाता है, तो $P(xy < 9)$ ज्ञात कीजिए।

उत्तर:

देखें आपने कितना सीखा:

1. A
2. C
3. B
4. C
5. D
6. $\frac{1}{2}$
7. $\frac{1}{2}$
8. $\frac{12}{13}$

स्वयं विस्तारण:

1. (i) $\frac{7}{17}$ (ii) $\frac{3}{17}$
2. 3
3. $\frac{1}{7}$
4. $\frac{5}{9}$