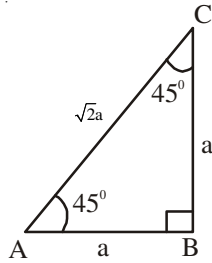


23

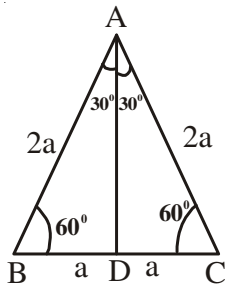
कुछ विशेष कोणों के त्रिकोणतीय अनुपात

- 45° के कोण के लिए त्रिकोणमितीय अनुपात:
 ΔABC में, $\angle B = 90^\circ$, $\angle A = 45^\circ$ और $\angle C = 45^\circ$ और $AB = BC = a$ तो $AC = \sqrt{2}a$



ΔABC , में, $\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$,
 $\tan 45^\circ = 1$, $\cot 45^\circ = 1$, $\operatorname{cosec} 45^\circ = \sqrt{2}$,
 $\sec 45^\circ = \sqrt{2}$

- 30° एवं 60° के कोणों के लिए त्रिकोणमितीय अनुपात: एक समबाहु त्रिभुज ABC, जिसकी भुजा 2a है, के लिए $AD = \sqrt{3}a$



ΔADB में,

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2},$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

ΔADC में

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\operatorname{cosec} 30^\circ = 2$$

$$\sec 30^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\cot 30^\circ = \sqrt{3}$$

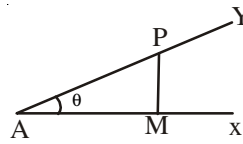
$$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\operatorname{cosec} 60^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\sec 60^\circ = 2$$

$$\cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

- 0° एवं 90° के कोणों के लिए त्रिकोणमितीय अनुपात: Let $\angle XAY = \theta$.



ΔAMP में, हम देख सकते हैं कि

$$\sin \theta = \frac{PM}{AP}, \cos \theta = \frac{AM}{AP}, \tan \theta = \frac{PM}{AM}$$

यदि θ का मान 0° , हो जाए, तो $PM = 0$,
 $AM = AP$

यदि θ का मान 90° , हो जाए, तो $AM = 0$,
 $AP = PM$

यदि $\theta = 0^\circ$, तो

$$\sin 0^\circ = 0$$

$$\cos 0^\circ = 1$$

$$\tan 0^\circ = 0$$

$$\operatorname{cosec} 0^\circ = \frac{1}{0} = \text{अपरिभाषित}$$

$$\sec 0^\circ = \frac{1}{1} = 1$$

$$\cot 0^\circ = \frac{1}{0} = \text{अपरिभाषित}$$

यदि $\theta = 90^\circ$, तो

$$\sin 90^\circ = 1$$

$$\cos 90^\circ = 0$$

$$\tan 90^\circ = \text{अपरिभाषित}$$

$$\operatorname{cosec} 90^\circ = 1$$

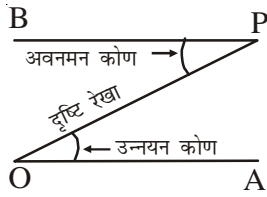
$$\sec 90^\circ = \text{अपरिभाषित}$$

$$\cot 90^\circ = 0$$

$0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ एवं 90° के त्रिकोणमितीय अनुपातः

$\theta \rightarrow$ अनुपात	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	अपरिभाषित
cot	अपरिभाषित	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
cosec	अपरिभाषित	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
sec	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	अपरिभाषित

- त्रिकोणमिति के अनुप्रयोगः



- दृष्टि रेखा:** यदि एक प्रेक्षक बिन्दु O पर है तथा बिन्दु P को प्रेक्षक द्वारा देखा जाना है, तो रेखा OP बिन्दु P की दृष्टि रेखा कहलाती है।

- उन्नयन कोण:** क्षैतिज रेखा और दृष्टि रेखा के बीच बना हुआ कोण बिन्दु P का उन्नयन कोण कहलाता है।
- अवनमन कोण:** यदि एक प्रेक्षक बिन्दु P पर है और देखे जाने वाली वस्तु O पर है तो $\angle BPO$ बिन्दु O का अवनमन कोण कहलाता है।
- उन्नयन कोण एवं अवनमन कोण में परस्पर सम्बन्ध:** बिन्दु O से देखने पर बिन्दु P का उन्नयन बिन्दु P से देखने पर बिन्दु O के अवनमन कोण के समान होता है।

देखें आपने कितना सीखा:

1. $\frac{2 \tan 30^\circ}{1 + \tan^2 30^\circ} + \frac{1 - \tan 45^\circ}{1 + \tan^2 45^\circ}$ का मान निम्नलिखित में से किसके बराबर है:
 (A) $\sin 60^\circ$ (B) $\sin 30^\circ$ (C) $\cos 60^\circ$ (D) $\tan 60^\circ$
2. एक छड़ी की लम्बाई का उसकी परछाई से अनुपात $1 : \sqrt{3}$ है। उस समय सूर्य का उन्नयन कोण है:
 (A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 90°
3. $\tan^2 45^\circ - \sin^2 60^\circ + 2\cos^2 30^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।
4. $\triangle ABC$, में $C = 90^\circ$, $AC = 2\sqrt{3}$ सेमी, और $BC = 2$ सेमी $\angle A$ तथा $\angle B$ ज्ञात कीजिए।

स्वयं विस्तारण:

1. एक पतंग की डोरी 100मीटर लम्बी है और यह डोरी क्षैतिज तल के साथ 60° का कोण बनाती है। यह मानते हुए कि डोरी में किसी प्रकार की शिथिलता नहीं है, पतंग की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
2. तेज हवा के झोंके से 12 मीटर ऊँचाई का एक वृक्ष इस प्रकार टूटता है कि उसका शीर्ष बिन्दु भूमि को छूता है और भूमि के साथ 30° का कोण बनता है। ज्ञात कीजिए कि वृक्ष कितनी ऊँचाई पर टूटा है।
3. यदि $\sin 2A = 2\sin A$ तो, A का मान ज्ञात कीजिए जहाँ $0 \leq A < 90^\circ$.

उत्तर

देखें आपने कितना सीखा:

1. A
2. A
3. $\frac{3}{4}$
4. $\angle A = 30^\circ, \angle B = 60^\circ$
5. $\angle A = 60^\circ, \angle B = 30^\circ$

स्वयं विस्तारण:

1. $50\sqrt{3}$ मीटर
2. 4 मीटर
3. 0°