211hi08

# मॉड्यूल 2

## व्यावसायिक गणित

*बजुर्गों द्वारा कही जाने वाली यह सामान्य कहावत है कि अपना व्यय अपनी आय से कम रखो। इस कहावत का गुप्त अर्थ है कि कठिन समय के लिए कुछ बचत कीजिए। आपने चिड़ियों और पशुओं को वर्षा ऋतु के लिए अपने घोसलों या गुफाओं में भोज्य पदार्थों की बचत करते हुए अवश्य ही देखा होगा। उपरोक्त से संकेत लेते हुए, इस माड़्यूल में विद्यार्थियों को बचत के महत्व और उसकी आवश्यकता के बारे में बताया गया है।*

*अनेक भारतीय गणितज्ञों ने व्यावसायिक गणित के विषय पर कार्य किया है। योडोक्सू (370 B.C.) ने भिन्नों तथा अनुपात और समानुपात पर कार्य किया। अशोक और चन्द्रगुप्त के राज्यों में कर लगाने की प्रथा का विवरण है। (आर्यभट्ट, महावीर, ब्रह्मगुप्त और भास्कराचार्य इत्यादि) अनेक गणितज्ञों के अनुपात और समानुपात पर कार्य करने का विवरण मिलता है। 900 A.D. में बक्शाली पाँडुलिपियों की खोज हुई, जिनमें व्यावसायिक गणित की अनेक समस्याएँ मिलती थीं।*

*अपनी बचतों को सुरक्षित रखना एक अन्य कठिन कार्य है। बैंक और अन्य वित्तीय संस्थान अपने ग्राहकों की धनराशि को रखती हैं तथा निश्चित समय अविध की समाप्ति पर उन्हें जमा की गई धनराशि के अतिरिक्त कुछ धनराशि देते हैं; जिसे ब्याज कहा जाता है। इससे नागरिकों को बचने करने और धनराशि को सुरक्षित रखने के लिए प्रोत्साहन मिलता है। इसी कारण शिक्षण में बैंकों में जमा धनराशि पर ब्याज का परिकलन सम्मिलित किया जाता है।*

*सरकार अपने नागरिकों को अनेक सुविधाएँ प्रदान करती है। इसके लिए वह नागरिकों पर कुछ कर लगाती है। इनके से एक कर 'बिक्री कर' है, जिसका इस मॉड्यूल में परिचय कराया गया है। खरीदने और बेचने से संबंधित वित्तीय सौदे प्रायः लाभ के लिए किए जाते हैं। माल की अधिक आपूर्ति या खराब होने के कारण उसे हानि पर बेचना पड़ता है। इसी कारण, शिक्षार्थियों को प्रतिशतता, लाभ और हानि से अवगत कराया गया है। कभी–कभी पर्याप्त फंड उपलब्ध न होने पर, हमें वस्तुओं को किस्तों में खरीदना पड़ता है। इसी कारण विद्यार्थियों को यह सिखाया जाएगा कि वे किस्त योजना में वस्तुएँ खरीदने पर ब्याज किस प्रकार परिकलित करें। कभी–कभी जब हम उधार ली गई धनराशि का भुगतान समय पर नहीं कर पाते हैं, तो साहूकार हमसे ब्याज पर ब्याज लेना प्रारंभ कर देता है, जिसे चक्रवृद्धि ब्याज कहा जाता है। इसी कारण, चक्रवृद्धि ब्याज के अध्ययन को भी इस मॉडयूल में सम्मिलित किया गया है। चक्रवृद्धि ब्यजा के सूत्रों का वस्तुओं के मूल्यों की वृद्धि या कमी ज्ञात करने में भी प्रयोग किया जाता है। इसका मूल्यों (मानों) की ''वृद्धि और अवमूल्यन'' शीर्षक के अंतर्गत अध्ययन किया जाता है।*

# 8

# प्रतिशतता और इसके अनुप्रयोग

आपने समाचार पत्रों में, टेलीविजन पर तथा बड़े–बड़े विज्ञापनों में इस प्रकार के विज्ञापन अवश्य देखें होंगे।

"सेल, 60% तक छूट।"

"चुनाव में वास्तव में मत देने वाले मतदाताओं की संख्या 70% से अधिक थी।".

"रमेश ने कक्षा XII की परीक्षा में 93% औसत अंक प्राप्त किए।"

"बैंकों ने सावधि जमा योजना में ब्याज की दर 8.5% से घटाकर 7% कर दी है।"

ऊपर दिए गए सभी कथनों में महत्वपूर्ण शब्द 'प्रतिशत' है। शब्द Percent (प्रतिशत) लैटिन के शब्द 'परसैंटम' से लिया गया है, जिसका अर्थ है ''प्रति सौ'' अथवा ''सौ में'' से।

इस पाठ में, हम प्रतिशत का अध्ययन एक भिन्न अथवा एक दशमलव के रूप में करेंगे और उसका प्रयोग लाभ एवं हानि, बट्टा, बिक्री कर, साधारण ब्याज, चक्रवृद्धि ब्याज, बढ़ोतरी (वृद्धि) तथा अवमूल्यन की दर आदि की समस्याओं को हल करने में करेंगे।

## उद्देश्य

इस पाठ के अध्ययन के बाद आप समर्थ हो जाएंगे कि

- प्रतिशतता की धारणा को स्पष्ट कर पायेंगे;
- एक दी गई संख्या अथवा मात्रा के लिए प्रतिशत की गणना कर पाएं;
- प्रतिशतता पर आधारित समस्याओं को हल कर सकें;
- लाभ एवं हानि पर आधारित समस्याओं को हल कर सकें;
- एक दी गई वस्तु का विक्रय मूल्य तथा बट्टा ज्ञात कर सकें, जबकि इसका अंकित मूल्य तथा बट्टे की दर दी गई है।

- बट्टे से संबंधित विलोमतः समस्याओं को हल कर सकें;
- साधारण ब्याज तथा मिश्रधन ज्ञात कर सकें, जब एक दी गई राशि एक दी गई ब्याज की दर पर दिए गए समय के लिए निवेश की गई हो;
- साधारण ब्याज तथा चक्रवृद्धि ब्यज की धारणाओं को स्पष्ट कर सकें;
- एक दी गई राशि पर दी गई ब्याज की दर तथा दिए गए समय के लिए, चक्रवृद्धि ब्याज, मिश्रधन तथा साधारण और चक्रवृद्धि ब्याज में अन्तर की गणना कर सकें;
- चक्रवृद्धि ब्याज के सूत्र के प्रयोग से, बढ़ोतरी तथा अवमूल्यन दर से संबंधित दैनिक जीवन की समस्याएं हल कर सकें, जबकि दर समान हो अथवा अलग–अलग हो।

## अपेक्षित पूर्वज्ञान

- पूर्ण संख्याओं, भिन्न एवं दशमलव संख्याओं में चार मूलभूत संक्रियाएँ।
- दो भिन्नों की तुलना।

## 8.1 प्रतिशत

याद करें कि $\frac{3}{4}$ का अर्थ है चार बराबर भागों में से तीन। $\frac{7}{13}$ का अर्थ है 13 बराबर भागों में से 7 तथा $\frac{23}{100}$ का अर्थ है 100 बराबर भागों में से 23।

एक भिन्न जिसका हर 100 है, प्रतिशत के रूप में पढ़ी जाती है। उदाहरण के लिए, $\frac{23}{100}$ को 23 प्रतिशत पढ़ा जाता है।

चिह्न '%' शब्द प्रतिशत के लिए प्रयोग किया जाता है।

एक अनुपात जिसका दूसरा पद 100 है, भी प्रतिशत कहलाता है।

इस प्रकार, $33 : 100$, $33\%$ के तुल्य है।

याद करें कि दो भिन्नों $\frac{3}{5}$ तथा $\frac{1}{2}$ की तुलना करने के लिए, हम पहले उन्हें समान हर वाली तुल्य भिन्नों में बदलते हैं। (समान हर, दोनों भिन्नों के हरों का ल.स. (LCM) होता है।)

इस प्रकार, $\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{6}{10}$, तथा

$$\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times\frac{5}{5}=\frac{5}{10}$$

अब क्योंकि $\frac{6}{10}>\frac{5}{10}$ $\quad \therefore \frac{3}{5}>\frac{1}{2}$

हम इन भिन्नों को समान हर 100 में भी बदल सकते थे, जैसे कि

$$\frac{3}{5}=\frac{3}{5}\times\frac{20}{20}=\frac{60}{100} \text{ अथवा } 60\%$$

$$\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times\frac{50}{50}=\frac{50}{100} \text{ अथवा } 50\%$$

और इसलिए, $\frac{3}{5}>\frac{1}{2}$ है क्योंकि 60% बड़ा है 50% से।

## 8.2 एक भिन्न का प्रतिशत में परिवर्तन और विलोमतः

ऊपर के अनुच्छेद में, हमने एक भिन्न को प्रतिशत में बदलना सीखा, जिसके लिए हम भिन्न को एक ऐसी तुल्य भिन्न में बदलते हैं, जिसका हर 100 हो और तब इस बदली हुई भिन्न के अंश के साथ % का चिह्न लगा देते हैं। उदाहरण के लिए:

$$\frac{3}{4}=\frac{3}{4}\times\frac{25}{25}=\frac{75}{100}=75\times\frac{1}{100}=75\% \text{ और}$$

$$\frac{4}{25}=\frac{4}{25}\times\frac{4}{4}=\frac{16}{100}=16\times\frac{1}{100}=16\%$$

**नोट : एक भिन्न को प्रतिशत में लिखने के लिए, हम भिन्न को 100 से गुणा करके सरल करें तथा % का चिह्न लगा दें।** उदाहरण के लिए,

$$\frac{4}{25}=\frac{4}{25}\times100\%=16\%$$

**विलोमतः,**

**एक प्रतिशत को एक भिन्न के रूप में लिखने के लिए, हम % का चिह्न हटा देते हैं तथा संख्या को $\frac{1}{100}$ से गुणा (या 100 से भाग) करके सरल करते हैं।** उदाहरण के लिए,

$$47\% = 47\times\frac{1}{100} = \frac{47}{100},\qquad 17\% = 17\times\frac{1}{100} = \frac{17}{100},\qquad 3\% = \frac{3}{100}$$

$$45\% = 45\times\frac{1}{100} = \frac{45}{100} = \frac{9}{20},\quad 210\% = \frac{210}{100} = \frac{21}{10},\qquad x\% = \frac{x}{100}.$$

## 8.3 एक दशमलव का प्रतिशत में परिवर्तन और विलोमतः

हम निम्नलिखित उदाहरण लेते हैं:

$$0.35 = \frac{35}{100} = 35\times\frac{1}{100} = 35\%$$

$$4.7 = \frac{47}{10} = \frac{470}{100} = 470\times\frac{1}{100} = 470\%$$

$$0.459 = \frac{459}{1000} = \frac{459}{10}\times\frac{1}{100} = 45.9\%$$

$$0.0063 = \frac{63}{10000} = \frac{63}{100}\times\frac{1}{100} = 0.63\%$$

अतः, **एक दशमलव को प्रतिशत के रूप में लिखने के लिए, हम दशमलव बिंदु को दो स्थानों तक दायीं ओर ले जाते हैं और % का चिन्ह लगाते हैं।**

विलोमतः,

**एक प्रतिशत को दशमलव के रूप में लिखने के लिए, हम % का चिन्ह हटाते हैं और दशमलव बिंदु को बायीं ओर दो स्थानों तक ले जाते हैं।** उदाहरण के लिए,

| | | |
|---|---|---|
| $43\% = 0.43$ | $75\% = 0.75$ | $12\% = 0.12$ |
| $9\% = 0.09$ | $115\% = 1.15$ | $327\% = 3.27$ |
| $0.75\% = 0.0075$ | $4.5\% = 0.045$ | $0.2\% = 0.002$ |

आइए कुछ और उदाहरण लें:

**उदाहरण 8.1:** 25 अंकों के टैस्ट में श्वेता ने 18 अंक प्राप्त किए। उसने कितने प्रतिशत अंक प्राप्त किए?

**हल :** कुल अंक $= 25$

प्राप्तांक $= 18$

$\therefore$ प्राप्त अंकों की भिन्न $= \frac{18}{25}$

$\therefore$ प्रतिशत में प्राप्त अंक $= \frac{18}{25} \times \frac{4}{4} = \frac{72}{100} = 72\%$

विकल्पतः:

प्रतिशत में प्राप्त अंक $= \frac{18}{25} \times 100\% = 72\%$

**उदाहरण 8.2:** एक दुकान के एक–चौथाई जूते छूट पर सेल के लिए थे। दुकान में कितने प्रतिशत जूते सामान्य मूल्य के रखे हुए थे?

**हल :** सेल में रखे जूतों की भिन्न $= \frac{1}{4}$

$\therefore$ सामान्य मूल्य के जूतों की भिन्न $= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

$= \frac{3}{4} \times \frac{25}{25} = \frac{75}{100} = 75\%$ अथवा $\frac{3}{4} \times 100\% = 75\%$

**उदाहरण 8.3:** एक कक्षा के 40 विद्यार्थियों में से 32 ने पिकनिक पर जाना चाहा। कितने प्रतिशत विद्यार्थी पिकनिक पर जाना चाहते हैं?

**हल :** कक्षा में कुल विद्यार्थियों की संख्या $= 40$

विद्यार्थियों की संख्या, जो पिकनिक पर जाना चाहते हैं $= 32$

$\therefore$ प्रतिशत में, पिकनिक पर जाने वाले विद्यार्थियों की संख्या

$= \frac{32}{40} \times 100\% = 80\%$

**उदाहरण 8.4:** ARITHMETIC शब्द में, I कुल अक्षरों के कितने प्रतिशत हैं?

**हल :** कुल अक्षरो की संख्या $= 10$

I वाले अक्षरों की संख्या $= 2$

$\therefore$ I वाले अक्षरों की प्रतिशत संख्या $= \frac{2}{10} \times 100\% = 20\%$

**उदाहरण 8.5:** 80 लीटर अम्ल और पानी के मिश्रण में 20 लीटर अम्ल है। मिश्रण में कितने प्रतिशत पानी है?

**हल :** मिश्रण का कुल आयतन $= 80$ ली

अम्ल का आयतन $= 20$ ली

$\therefore$ पानी का आयतन $= 60$ ली

$\therefore$ मिश्रण में पानी का प्रतिशत $= \frac{60}{80} \times 100\% = 75\%$

## देखें आपने कितना सीखा 8.1

1. निम्नलिखित भिन्नों में से प्रत्येक को प्रतिशत के रूप में बदलिए:

   (a) $\frac{12}{25}$ (b) $\frac{9}{20}$ (c) $\frac{5}{12}$ (d) $\frac{6}{15}$ (e) $\frac{125}{625}$

   (f) $\frac{3}{10}$ (g) $\frac{108}{300}$ (h) $\frac{189}{150}$ (i) $\frac{72}{25}$ (j) $\frac{1231}{1250}$

2. निम्नलिखित प्रतिशतताें में से प्रत्येक को भिन्न के रूप में लिखिए:

   (a) 53% (b) 85% (c) $16\frac{7}{8}\%$ (d) 3.425% (e) 6.25%

   (f) 70% (g) $15\frac{3}{4}\%$ (h) 0.0025% (i) 47.35% (j) 0.525%

3. निम्नलिखित दशमलवों में से प्रत्येक को प्रतिशत के रूप में लिखिए:

   (a) 0.97 (b) 0.735 (c) 0.03 (d) 2.07 (e) 0.8

   (f) 1.75 (g) 0.0250 (h) 3.2575 (i) 0.152 (j) 3.0015

4. निम्नलिखित प्रतिशतताें में से प्रत्येक को दशमलव के रूप में लिखिए।

   (a) 72% (b) 41% (c) 4% (d) 125% (e) 9%

   (f) 410% (g) 350% (h) 102.5% (i) 0.025% (j) 10.25%

5. एक परीक्षा में गुरप्रीत के आधे उत्तर ठीक थे। उसके कितने प्रतिशत उत्तर ठीक थे?

6. एक 20 अंकों के टैस्ट में प्रखर ने 18 अंक प्राप्त किए। उसने कितने प्रतिशत अंक प्राप्त किए?

7. हरीश अपने ₹ 14400 के मासिक वेतन में से ₹ 900 बचाता है। उसकी प्रतिशत में बचत ज्ञात कीजिए।

8. किसी चुनाव में एक उम्मीदवार को 47500 वोट मिले तथा वह अपने प्रतिद्वंदी से 5000 वोटों के अंतर से हार गया। यदि इस चुनाव में केवल दो ही उम्मीदवार थे तथा कोई भी वोट रद्द नहीं हुआ हो, तो जीतने वाले उम्मीदवार द्वारा प्राप्त किए प्रतिशत वोट ज्ञात कीजिए।

9. PERCENTAGE शब्द में, E कुल अक्षरों के कितने प्रतिशत हैं?

10. 40 विद्यार्थियों की एक कक्षा में, 10 प्रथम श्रेणी में उत्तीर्ण हुए, 15 द्वितीय श्रेणी में उत्तीर्ण हुए और 13 केवल पास हुए। कक्षा में कितने प्रतिशत विद्यार्थी फेल हुए?

## 8.4 एक राशि अथवा संख्या की प्रतिशतता का परिकलन

एक संख्या अथवा राशि की निर्दिष्ट प्रतिशतता ज्ञात करने के लिए, पहले हम प्रतिशत को भिन्न या दशमलव में परिवर्तित करते हैं और तब इसे दी गई संख्या या राशि से गुणा करते हैं। उदाहरण के लिए,

$$90 \text{ का } 25\% = \frac{25}{100} \times 90 = 22.50$$

या $\quad 90 \text{ का } 25\% = 0.25 \times 90 = 22.50$

$$₹\ 120 \text{ का } 60\% = 0.60 \times ₹\ 120 = ₹\ 72.00$$

$$80 \text{ किलोग्राम का } 120\% = 1.20 \times 80 \text{ किग्रा} = 96 \text{ किग्रा}$$

आइए हम दैनिक जीवन से कुछ उदाहरण लें:

**उदाहरण 8.6:** एक परीक्षा में, नीतू ने 62% अंक प्राप्त किए। यदि परीक्षा के कुल अंक 600 हैं, तो नीतू ने कितने अंक प्राप्त किए?

**हल:** यहाँ हमें 600 का 62% ज्ञात करना है।

$$\therefore 600 \text{ का } 62\% = 0.62 \times 600 \text{ अंक} = 372 \text{ अंक}$$

$$\therefore \text{ नीतू द्वारा प्राप्त अंक} = 372$$

**उदाहरण 8.7:** नरेश ₹ 30800 प्रति माह अर्जित करता है। वह 50% घरेलू खर्च के लिए रखता है, 15% अपने व्यक्तिगत खर्च के लिए, 20% खर्च अपने बच्चों के लिए और शेष वह बचाता है। वह हर महीने कितने रुपए बचाता है?

**हल:** घरेलू कार्यों के लिए खर्च $= 50\%$

अपने पर खर्च $= 15\%$

बच्चों पर खर्च $= 20\%$

कुल खर्च $= (50 + 15 + 20)\% = 85\%$

$\therefore$ बचत $= (100 - 85)\% = 15\%$

$\therefore$ ₹ 30800 का 15% $= ₹\ (0.15 \times 30800)$

$= ₹\ 4620$

**उदाहरण 8.8:** 360 का कितना प्रतिशत 144 है?

**हल:** माना 360 का $x\% = 144$

$$\therefore \frac{x}{100} \times 360 = 144$$

या $$x = \frac{144}{360} \times 100 = 40\%$$

विकल्पतः, 360 में से 144, भिन्न $\frac{144}{360}$ के बराबर है।

$$\therefore \text{ प्रतिशत } = \frac{144}{360} \times 100\% = 40\%$$

**उदाहरण 8.9:** यदि 120 को घटा कर 96 कर दिया जाए, तो उसे कितने प्रतिशत कम किया गया है?

**हल:** यहाँ, कमी = $120 - 96 = 24$

$$\therefore \text{ कमी प्रतिशत } = \frac{24}{120} \times 100\% = 20\%$$

**उदाहरण 8.10:** एक वस्तु के मूल्य को ₹ 450 से बढ़ाकर ₹ 495 कर दिया गया। मूल्य में कितने प्रतिशत की वृद्धि हुई?

**हल:** मूल्य वृद्धि = ₹ (495 – 450)

= ₹ 45

$$\text{प्रतिशत वृद्धि } = \frac{45}{450} \times 100 = 10\%$$

**उदाहरण 8.11:** एक विद्यालय में 60% विद्यार्थी लड़कियाँ हैं। यदि विद्यालय में लड़कियों की कुल संख्या 690 है, तो विद्यालय के कुल विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात कीजिए। विद्यालय में लड़कों की संख्या भी ज्ञात कीजिए।

**हल:** माना विद्यालय में कुल विद्यार्थियों की संख्या $x$ है।

तब x का 60% = 690

$$\therefore \frac{60}{100} \times x = 690 \text{ or } x = \frac{690 \times 100}{60} = 1150$$

∴ विद्यालय में कुल विद्यार्थियों की संख्या = 1150

∴ अतः, लड़कों की संख्या = 1150 – 690 = 460

**उदाहरण 8.12:** 'A' की आय 'B' से 25% अधिक है और 'B' की आय 'C' से 8% अधिक है। यदि 'A' की आय ₹ 20250 है, तो 'C' की आय ज्ञात कीजिए।

**हल:** माना C की आय ₹ $x$ है।

तब B की आय $= x + 8\%$ of $x$

$$= x + \frac{8x}{100} = \frac{108}{100} \times x$$

A की आय $= \frac{108x}{100} + \frac{108x}{100}$ का 25%

$$= \frac{108x}{100} \times \frac{125}{100}$$

$$\therefore \frac{108}{100} \times x \times \frac{125}{100} = 20250$$

या $x = 20250 \times \frac{100}{108} \times \frac{100}{125} = 15000$

$\therefore$ C की आय = ₹ 15000.

**उदाहरण 8.13:** चाय के मूल्य में 10% की कमी होने से एक डीलर ने ₹ 22500 में 25 किलो अधिक चाय खरीदी। चाय का प्रति किलो घटा हुआ मूल्य क्या है? प्रति किलो चाय का प्रारंभिक मूल्य भी ज्ञात कीजिए।

**हल:** ₹ 22500 का $10\% = \frac{10}{100} \times 22500 =$ ₹ 2250

$\therefore$ 25 किलो चाय का घटा हुआ मूल्य = ₹ 2250

$\therefore$ प्रति किलो घटा हुआ मूल्य = ₹ $\frac{2250}{25}$ = ₹ 90

क्योंकि कमी 10% थी, इसलिए प्रारंभिक मूल्य = ₹ 100 प्रति किग्रा

**उदाहरण 8.14:** एक विद्यार्थी को पहले प्रश्नपत्र में 45% अंक प्राप्त हुए तथा दूसरे प्रश्नपत्र में 70% अंक मिले। वह तीसरे प्रश्नपत्र में कितने अंक प्राप्त करे ताकि उसका कुल औसत 60% हो?

**हल:** माना प्रत्येक प्रश्नपत्र के कुल अंक 100 हैं।

$\therefore$ पहले प्रश्न पत्र में प्राप्तांक = 100 का 45% = 45

दूसरे प्रश्नपत्र में प्राप्तांक = 100 का 70% = 70

तीनों प्रश्नपत्रों में वह जितने अंक प्राप्त करना चाहता है = 300 का 60%

$$= \frac{60}{100} \times 300 = 180$$

∴ तीसरे प्रश्नपत्र में प्राप्त करने वाले अंक $= 180 - (45 + 70)$

$$= 180 - 115 = 65$$

**उदाहरण 8.15:** वह राशि ज्ञात कीजिए जो 15% बढ़ाने पर ₹ 19320 हो जाती है।

**हल:** माना कि राशि ₹ $x$ है।

$$\therefore x + x \text{ का } 15\% = 19320$$

$$x + \frac{15x}{100} = 19320 \text{ या } \frac{115x}{100} = 19320$$

$$\therefore x = \frac{19320 \times 100}{115} = 16800$$

अतः वांछित राशि = ₹ 16800 है।

## देखें आपने कितना सीखा 8.2

1. ज्ञात कीजिए: (i) 1250 का 16% (ii) 1200 का 47%
2. एक परिवार अपने मासिक बजट ₹ 7500 का 35% खाद्य (भोजन) पर खर्च करता है। वह भोजन पर कितने रुपए खर्च करता हैं?
3. एक बगीचे में 500 पौधे हैं, जिनमें 35% पेड़ हैं, 20% जड़ी और 25% बूटियाँ हैं तथा बाकी सभी बेलें हैं। पेड़ों, जड़ी, बूटियों और बेलों की संख्याएँ ज्ञात कीजिए।
4. यदि 60 को कम करके 45 किया जाए, तो कितने प्रतिशत कमी हुई?
5. यदि 80 को बढ़ाकर 125 किया जाए, तो कितने प्रतिशत की बढ़ोतरी है?
6. रमन को परीक्षा में पास होने के लिए 40% अंक प्राप्त करने हैं। उसने 178 अंक प्राप्त किए और 22 अंकों से फेल हो गया। अधिकतम अंक ज्ञात कीजिए।
7. मुझे विद्यालय तक पहुँचने के लिए 45 मिनट का समय लगता है और इस समय का 80% बस द्वारा यात्रा करने में लगता है। बस द्वारा यात्रा कितने समय के लिए करनी पड़ती है।
8. दो प्रत्याशियों वाले एक चुनाव में 25% मतदाताओं ने मताधिकार का प्रयोग नहीं किया। एक प्रत्याशी ने डाले गए मतों के 40% मत प्राप्त किए और 900 मतों से चुनाव हार गया। कुल मतदाताओं की संख्या ज्ञात कीजिए।
9. चीनी के मूल्य में 25% वृद्धि के कारण एक व्यक्ति ने ₹ 240 में 1.5 किलो कम चीनी खरीदी। चीनी का बढ़ा हुआ और प्रारंभिक मूल्य प्रति किग्रा ज्ञात कीजिए।

10. एक संख्या को पहले 20% बढ़ाया गया और फिर 20% घटाया गया। कितने प्रतिशत कमी या वृद्धि हुई?
11. पहले सत्र की परीक्षा में 'A' ने 12 अंक तथा B ने 10 अंक अर्जित किए। यदि दूसरे सत्र की परीक्षा (समान कुल अंकों की) में 'A' ने 14 अंक तथा 'B' ने 12 अंक अर्जित किए हों, तो किस विद्यार्थी ने अधिक प्रगति की?
12. एक प्रतियोगिता में 30,000 विद्यार्थियों ने भाग लिया। उनमें 40% लड़कियाँ तथा शेष लड़के थे। यदि प्रतियोगिता में 10% लड़कों तथा 12% लड़कियों ने पुरस्कार जीते, तो ज्ञात कीजिए कि कितने प्रतिशत विद्यार्थियों ने पुरस्कार जीते।
13. सुनील, शैलेश से 10% अधिक कमाता है तथा शैलेश, स्वामी से 20% अधिक कमाता है। यदि स्वामी, सुनील से ₹ 3200 कम कमाता है, तो प्रत्येक की आय ज्ञात कीजिए।

## 8.5 प्रतिशतता के अनुप्रयोग

हम अपने दैनिक जीवन में अनेक ऐसी परिस्थितियों से गुजरते हैं, जिनमें प्रतिशतता का प्रयोग होता है। अगले अनुच्छेद में हम विभिन्न क्षेत्रों, जैसे लाभ व हानि की समस्याएं, बट्टा, साधारण ब्याज, चक्रवृद्धि ब्याज, बढ़ोतरी तथा अवमूल्यन की दर, के बारे में विचार करेंगे।

### 8.5.1 लाभ और हानि

आइए हम लाभ और हानि से संबंधित शब्दों और सूत्रों को याद करें।

**क्रय मूल्य (क्र.मू.):** मूल्य जिसमें एक वस्तु खरीदी जाती है, इसका क्रय मूल्य कहलाता है।

**विक्रय मूल्य (वि.मू.):** मूल्य जिस पर एक वस्तु बेची जाती है, विक्रय मूल्य कहलाता है।

**लाभ :** जब वि.मू. > क्र.मू., तब लाभ होता है, तथा

$$\text{लाभ} = \text{वि.मू.} - \text{क्र.मू.}$$

**हानि:** जब क्र.मू. > वि.मू., तब हानि होती है तथा

$$\text{हानि} = \text{क्र.मू.} - \text{वि.मू.}$$

**सूत्र**

$$\text{लाभ } \% = \left(\frac{\text{लाभ}}{\text{क्र.मू.}}\times 100\right)\%, \qquad \text{हानि}\% = \left(\frac{\text{हानि}}{\text{क्र.मू.}}\times 100\right)\%$$

$$\text{वि.मू.} = \frac{(\text{क्र.मू.})\times(100+\text{लाभ}\%)}{100} = \frac{(\text{क्र.मू.})(100-\text{हानि}\%)}{100}$$

$$\text{क्र.मू.} = \frac{\text{वि.मू.}\times 100}{(100+\text{लाभ}\%)} = \frac{\text{वि.मू.}\times 100}{(100-\text{हानि}\%)}$$

**नोट:** लाभ % अथवा हानि % का परिकलन क्र.मू. पर किया जाता है।

टिप्पणी



अब हम कुछ उदाहरण लेते हैं, जिनसे लाभ और हानि से संबंधित समस्याओं को हल करने के लिए इन सूत्रों के अनुप्रयोग को दर्शाते हैं।

**उदाहरण 8.16:** एक दुकानदार एक वस्तु को ₹ 360 में खरीदता है और इसे ₹ 270 में बेच देता है। उसका लाभ या हानि प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

**हल:** यहाँ, क्र.मू. = ₹ 360, तथा वि.मू. = ₹ 270

क्योंकि क्र.मू. > वि.मू. , इसलिए हानि हुई।

हानि = क्र.मू. – वि.मू. = ₹ (360 – 270) = ₹ 90

$$\text{हानि } \% = \left(\frac{\text{हानि}}{\text{क्र.मू.}} \times 100\right)\%$$

$$= \frac{90}{360} \times 100\% = 25\%$$

**उदाहरण 8.17:** सुधा ने एक घर ₹ 4,52,000 में खरीदा और इसकी मरम्मत पर ₹ 28,000 खर्च किए। उसे यह घर ₹ 4,92,000 में बेचना पड़ा। उसका लाभ या हानि प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

**हल:** यहाँ क्र.मू. = खरीद मूल्य + अन्य खर्चे

= ₹ (452000 + 28000) = ₹ 4,80,000

वि.मू. = ₹ 4,92,000

क्योंकि वि.मू. > क्र.मू., इसलिए लाभ = ₹ (492000 – 480000) = ₹ 12000

$$\text{लाभ } \% = \frac{12000 \times 100}{480000}\% = \frac{5}{2}\% = 2.5\%$$

**उदाहरण 8.18:** एक पुस्तक को ₹ 258 में बेचने पर, एक प्रकाशक को 20% का लाभ होता है। वह उसे कितने में बेचे कि उसे 30% लाभ हो?

**हल:** वि.मू. = ₹ 258

लाभ = 20%

$$\text{क्र.मू.} = \frac{\text{वि.मू.} \times 100}{(100 + \text{लाभ}\%)} = ₹\ \frac{258 \times 100}{120} = ₹\ 215$$

अब, लाभ = 30% और क्र.मू. = ₹ 215 है। तब

$$\text{वि.मू.} = \frac{\text{क्र.मू.} \times (100 + \text{लाभ}\%)}{100} = ₹\ \frac{215 \times 130}{100} = ₹\ 279.50$$

**उदाहरण 8.19:** एक व्यक्ति ने ₹ 100 के 25 के भाव से संतरे खरीदे और उन्हें ₹ 100 के 20 के भाव से बेच दिया। उसका लाभ या हानि प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

**हल:** 25 संतरों का क्र.मू. = ₹ 100

$\therefore$ 1 संतरे का क्र.मू. = ₹ $\frac{100}{25}$ = ₹ 4

और 1 संतरे का वि.मू. = ₹ $\frac{100}{20}$ = ₹ 5

$\therefore$ 1 संतरे पर लाभ = ₹ (5 – 4) = ₹ 1

लाभ % = $\frac{1}{4}\times 100\% = 25\%$

**उदाहरण 8.20:** एक व्यक्ति दो घोड़ों में से प्रत्येक को ₹ 29700 में बेचता है। एक पर उसे 10% हानि तथा दूसरे पर 10% लाभ होता है। इस सौदे में उसे होने वाला कुल लाभ या हानि प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

**हल:** पहले घोड़े का वि.मू. = ₹ 29700

हानि = 10%

$\therefore$ क्र.मू.= ₹ $\frac{29700\times 100}{90}$ = ₹ 33,000

दूसरे घोड़े का वि.मू. = ₹ 29700,

लाभ = 10%

क्र.मू. = ₹ $\frac{29700\times 100}{110}$ = ₹ 27,000

कुल क्र.मू.= ₹ (33000 + 27000) = ₹ 60,000

कुल वि.मू. = ₹ (2 × 29700) = ₹ 59400

शुद्ध हानि = ₹ (60000 – 59400) = ₹ 600

हानि % = $\frac{600}{60000}\times 100\% = 1\%$

**उदाहरण 8.21:** 15 वस्तुओं का क्रय मूल्य 12 वस्तुओं के विक्रय मूल्य के बराबर हैं। लाभ प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

**हल:** माना 15 वस्तुओं का क्र.मू. = ₹ 15

तो, 12 वस्तुओं का वि.मू. = ₹ 15

$$15 \text{ वस्तुओं का वि.मू.} = ₹\ \frac{15}{12}\times 15 = ₹\ \frac{75}{4}$$

$$\text{लाभ} = ₹\left(\frac{75}{4}-15\right) = ₹\ \frac{15}{4}$$

$$\text{लाभ }\% = \frac{15/4}{15}\times 100\% = 25\%$$

**उदाहरण 8.22:** एक घड़ी 12% लाभ पर बेची गई। यदि यह ₹ 33 अधिक पर बेची जाती तो 14% लाभ होता। घड़ी का क्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

**हल:** माना घड़ी का क्रय मूल्य ₹ $x$ है।

$$\therefore \text{वि.मू.} = \frac{x\times 112}{100} = \frac{112x}{100}$$

जब घड़ी 33 रु. अधिक पर बेची जाती है, तो वि.मू. $= \left(\frac{112x}{100}+33\right)$

नया लाभ = 14%

$$\therefore \text{क्र.मू.} = x = \frac{\left(\frac{112x}{100}+33\right)\times 100}{114}$$

या $114x = 112x + 3300$ या $2x = 3300$

$x = 1650$ ∴ क्र.मू. = ₹ 1650

## देखें आपने कितना सीखा 8.3

1. एक दुकानदार ने एक अलमारी एक थोक डीलर से ₹ 4500 में खरीदी और इसे ₹ 6000 में बेच दिया। उसका लाभ या हानि प्रतिशत ज्ञात कीजिए।
2. एक फुटकर विक्रेता एक कूलर ₹ 3800 में खरीदता है परन्तु उसे इस पर लाने तथा मरम्मत पर ₹ 200 खर्च करने पड़ते हैं। यदि वह कूलर ₹ 4400 में बेचता है, तो उसका लाभ प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

3. एक फुटकर विक्रेता ₹ 7 के 5 के भाव नीबू खरीदता है तथा उन्हें ₹ 1.75 प्रति नीबू के भाव से बेच देता है। उसका लाभ प्रतिशत ज्ञात कीजिए।
4. एक आदमी ने कुछ संतरे ₹ 5 के 2 के भाव से खरीदे तथा उन्हें ₹ 8 के 3 के भाव से बेच दिए। इस प्रक्रिया में उसे ₹ 20 का लाभ हुआ। उसके द्वारा खरीदे गए संतरों की संख्या ज्ञात कीजिए।
5. एक साइकिल को ₹ 2024 में बेचकर एक दुकानदार को 12% की हानि होती है। यदि वह 12% का लाभ कमाना चाहता है, तो साइकिल का नया विक्रय मूल्य क्या होगा?
6. 45 संतरे ₹ 160 में बेचकर एक महिला को 20% हानि होती है। उसे ₹ 112 में कितने संतरे बेचने चाहिए जिससे सम्पूर्ण रूप से 20% का लाभ हो?
7. एक डीलर ने दो मशीनों में से प्रत्येक ₹ 2400 में बेची। पहली मशीन के बेचने पर उसे 20% का लाभ तथा दूसरी मशीन के बेचने पर 20% की हानि होती है। डीलर का शुद्ध लाभ या हानि प्रतिशत ज्ञात कीजिए।
8. हरीश ने एक मेज ₹ 960 में खरीद कर रमन को 5% लाभ पर बेच दिया। रमन ने इसे मुकुल को 10% लाभ पर बेच दिया। मुकुल द्वारा मेज के लिए दी गई राशि ज्ञात कीजिए।
9. एक आदमी कुछ केले ₹ 5 के 6 के भाव से खरीदता है तथा उतने ही केले ₹ 15 प्रति दर्जन के भाव से खरीदता है। वह दोनों तरह के केलों को मिलाकर उन्हें ₹ 14 प्रति दर्जन बेच देता है। इस सौदे में उसका लाभ या हानि प्रतिशत ज्ञात कीजिए।
10. यदि 20 वस्तुओं का विक्रय मूल्य 23 वस्तुओं के क्रय मूल्य के समान है, तो लाभ या हानि प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

### 8.5.2 बट्टा

आपने निम्न प्रकार के विज्ञापन, विशेष रूप से त्यौहारों के मौसम में अवश्य देखें होंगे।

| | |
|---|---|
| सेल | दिवाली समृद्धि |
| डिस्काउंट 50% तक | सभी वस्तुओं पर 20% डिस्काउंट |

बट्टा अंकित मूल्य में कटौती है। "20% डिस्काउंट" का अर्थ है कि एक वस्तु के अंकित मूल्य में 20% की कटौती। उदाहरण के लिए, यदि एक वस्तु का अंकित मूल्य ₹ 100 है, तो इसे ₹ 80 में बेचा गया, अर्थात् अंकित मूल्य से ₹ 20 कम में। आईए हम उन शब्दों को परिभाषित करें, जिन्हें हम प्रयोग करेंगे:

**अंकित मूल्य (सूचि में दिया गया मूल्य):** अंकित मूल्य एक वस्तु का वह मूल्य है जिस पर वह बेची जानी है। क्योंकि यह मूल्य वस्तु पर लिखा गया है इसलिए इसे वस्तु का अंकित मूल्य कहते हैं।

**बट्टा (डिस्काउंट):** बट्टा वस्तु के अंकित मूल्य पर दी जाने वाली कटौती होती है।

टिप्पणी



**वास्तविक विक्रय मूल्य (वि.मू.):** बट्टा सेल के मामले में वस्तु के अंकित मूल्य में से बट्टा घटाने पर प्राप्त हुआ मूल्य वास्तविक विक्रय मूल्य (या विक्रय मूल्य) कहलाता है। इसको स्पष्ट करने के लिए कुछ उदाहरण लेते हैं:

**उदाहरण 8.23:** एक कोट का अंकित मूल्य ₹ 2400 है। इसका विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए, यदि 12% बट्टा दिया जा रहा है।

**हल:** यहाँ कोट का अंकित मूल्य = ₹ 2400

बट्टा = 12%

वास्तविक विक्रय मूल्य = अंकित मूल्य – बट्टा

= ₹ 2400 – 12% of ₹ 2400

$$= ₹\ 2400 - ₹\left(\frac{12}{100}\times 2400\right)$$

= ₹ (2400 – 288)

= ₹ 2112

इसलिए कोट का वास्तविक विक्रय मूल्य = ₹ 2112.

**उदाहरण 8.24:** ₹ 8400 अंकित मूल्य वाली एक मशीन ₹ 6300 में मिल रही है। दिये जा रहे बट्टे की दर ज्ञात कीजिए।

**हल:** यहाँ, अंकित मूल्य = ₹ 8400

वास्तविक विक्रय मूल्य = ₹ 6300

दिया गया बट्टा = ₹ (8400 – 6300)

= ₹ 2100

$$\text{बट्टा \%} = \frac{2100}{8400}\times 100\% = 25\%$$

नोटः बट्टे का परिकलन हमेशा अंकित मूल्य पर किया जाता है।

**उदाहरण 8.25:** एक थोक विक्रेता की लिस्ट में एक पंखे का अंकित मूल्य ₹ 1250 है और यह एक फुटकर विक्रेता को 20% बट्टे पर उपलब्ध है। फुटकर विक्रेता इसे कितने में बेचे तांकि उसे 15% लाभ हो?

**हल:** अंकित मूल्य = ₹ 1250

बट्टा = ₹ 1250 का 20%

$$= ₹\ \frac{20}{100}\times 1250 = ₹\ 250$$

$\therefore$ फुटकर विक्रेता का क्रय मूल्य = ₹ (1250 – 250)

= ₹ 1000

लाभ = 15%

$\therefore$ वि.मू. $= \dfrac{\text{क्र.मू.}(100 + \text{लाभ}\%)}{100} = ₹\ \dfrac{1000 \times 115}{100}$

= ₹ 1150

**उदाहरण 8.26:** एक दुकानदार अपने माल का अंकित मूल्य उनके क्रय मूल्य से 25% अधिक रखता है और 10% बट्टा देता है। उसका लाभ या हानि प्रतिशत ज्ञात कीजिए। .

**हल:** माना एक वस्तु का क्रय मूल्य = ₹ 100

$\therefore$ अकित मूल्य = ₹ 100 + ₹ 100 का 25%

= ₹ 125

दिया जाने वाला बट्टा = 10%

$\therefore$ वास्तविक विक्रय मूल्य = ₹ 125 – ₹ 125 का 10%

$= ₹\ 125 - ₹ \left(\dfrac{10}{100} \times 125\right)$

= ₹ (125 – 12.50) = ₹ 112.50

$\therefore$ लाभ = ₹ (112.50 – 100) = ₹ 12.50

लाभ % $= \dfrac{12.50}{100} \times 100 = 12.5\%$

**उदाहरण 8.27:** एक वस्तु, जिसका अंकित मूल्य ₹ 5400 है, 15% के बट्टे पर उपलब्ध है। त्यौहारों के मौसम के कारण दुकानदार ग्राहकों को आगे और 5% का बट्टा देता है। उस वस्तु का विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

**हल:** अंकित मूल्य = ₹ 5400, बट्टा= 15%

$\therefore$ विक्रय मूल्य = ₹ 5400 – ₹ 5400 का 15%

$= ₹\ 5400 - ₹\ \dfrac{15}{100} \times 5400$

= ₹ (5400 – 810) = ₹ 4590

त्यौहार का बट्टा = 5%

$\therefore$ वास्तविक विक्रय मूल्य= ₹ 4590 – ₹ 4590 का 5%

$$= ₹\ 4590 - ₹\ \frac{5}{100} \times 4590$$

$$= ₹\ (4590 - 229.50)$$

$$= ₹\ 4360.50$$

$\therefore$ वस्तु का वास्तविक विक्रय मूल्य = ₹ 4360.50.

**उदाहरण 8.28:** एक फुटकर विक्रेता एक थोक विक्रेता से ₹ 300 प्रति पुस्तक के भाव से पुस्तकें खरीदता है और प्रत्येक पुस्तक पर ₹ 400 का मूल्य अंकित करता है। वह उन्हें बट्टे पर बेचकर क्रय मूल्य पर 30% का लाभ अर्जित करता है। वह ग्राहक को कितने प्रतिशत बट्टा देता है?

**हल:** एक पुस्तक का क्र.मू. = ₹ 300

अंकित मूल्य = ₹ 400

लाभ = 30%

$$\therefore \text{वि.मू.} = \frac{\text{क्र.मू.}(100 + \text{लाभ\%})}{100} = ₹\ \frac{300 \times 130}{100} = ₹\ 390$$

$\therefore$ दिया गया बट्टा = ₹ (400 – 390) = ₹ 10

$$\text{बट्टा \%} = \frac{10}{400} \times 100\% = 2.5\%$$

## देखें आपने कितना सीखा 8.4

1. ₹ 375 अंकित मूल्य की एक कमीज 15% बट्टे पर बेची गई। इसका वास्तविक विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।
2. एक जुराबों का जोड़ा, जिसका अंकित मूल्य ₹ 60 है, वास्तव में ₹ 48 में बेचा जा रहा है। दिया जाने वाला प्रतिशत बट्टा ज्ञात कीजिए।
3. एक वाशिंग मशीन इसके अंकित मूल्य पर 10% के बट्टे पर बेची गई। नकद पैसे देने पर आगे 5% का और बट्टा दिया जाता है। वाशिंग मशीन का विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए यदि इसका अंकित मूल्य ₹ 18000 है।
4. एक आदमी ₹ 2800 अंकित मूल्य वाली मशीन के ₹ 2100 देता है। दिए जाने वाले बट्टे की दर ज्ञात कीजिए।
5. एक टेबल फैन का अंकित मूल्य ₹ 840 है तथा यह एक फुटकर विक्रेता को 25% के बट्टे पर उपलब्ध है। 15% का लाभ पाने के लिए, फुटकर विक्रेता इसे कितने में बेचे?

6. एक दुकानदार अपने सामानों का अंकित मूल्य उनके क्रय मूल्य से 50% अधिक रखता है। और 40% बट्‌टा देता है। दुकानदार का लाभ या हानि प्रतिशत ज्ञात कीजिए।
7. एक डीलर एक मेज जिसका अंकित मूल्य ₹ 2500 है, 28% बट्‌टे पर खरीदता है। वह इसके परिवहन पर ₹ 100 खर्च करता है और इसे 15% के लाभ पर बेच देता है। मेज का विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।
8. एक रिटेलर एक कमीज बनाने वाले से ₹ 175 प्रति कमीज के हिसाब से कमीजें खरीदता है और उन पर ₹ 250 प्रति कमीज, मूल्य अंकित करता है। वह कुछ बट्‌टा देता है तथा प्रत्येक कमीज के क्रय मूल्य पर 28% लाभ कमाता है। वह अपने ग्राहकों को कितने प्रतिशत बट्‌टा देता है?

### 8.5.3 साधारण ब्याज

जब कभी एक व्यक्ति को कुछ पैसा ऋण के रूप में अपने मित्रों, संबंधियों अथवा बैंक से उधार लेना पड़ जाता है, तो वह एक निश्चित समय के बाद इस पैसे को लौटाने का वायदा करता है तथा उधार लिए पैसे को प्रयोग करने के लिए कुछ और अतिरिक्त पैसा भी देता है।

उधार ली गई राशि **मूलधन** कहलाती है। तथा इसे P द्वारा दर्शाया जाता है, तथा दी गई अतिरिक्त राशि **ब्याज** कहलाती है जो साधारणतया I द्वारा दर्शाई जाती है।

मूलधन और ब्याज का योग **मिश्रधन** कहलाता है और साधारणतया A द्वारा दर्शाया जाता है।

इसलिए, $A = P + I$

ब्याज अक्सर प्रतिशत प्रति वर्ष के रूप में दर्शाया जाता है।

ब्याज का निर्धारण इस पर निर्भर करता है कि कितना धन (P) उधार लिया गया तथा कितने समय (T) के लिए इसका उपयोग किया गया। ब्याज का परिकलन एक समझौते के अंतर्गत किया जाता है जोकि ब्याज की दर (R) प्रतिशत प्रति वर्ष कहलाता है। [अर्थात् $R = r\,\% = \frac{r}{100}$]

इसलिए, ब्याज = (मूलधन) × (दर % प्रति वर्ष) × समय

$$\therefore I = P \times R \times T$$

इस प्रकार परिकलित किए गए ब्याज को साधारण ब्याज कहते हैं। आइए अब हम साधारण ब्याज से संबंधित कुछ उदाहरण लें।

**उदाहरण 8.29:** निम्नलिखित प्रत्येक दशा में साधारण ब्याज ज्ञात कीजिए:

| | P | R | T |
|---|---|---|---|
| (a) | ₹ 8000 | 5% | 2 वर्ष |
| (b) | ₹ 20,000 | 15% | $1\frac{1}{2}$ वर्ष |

**हल:** (a) $I = P. R. T.$

$$= ₹\left[8000\times\frac{5}{100}\times 2\right] = ₹\ 800$$

(b) $$I = ₹\left[20000\times\frac{15}{100}\times\frac{3}{2}\right] = ₹\ 4500$$

**उदाहरण 8.30:** साधारण ब्याज की किस दर प्रतिवर्ष से 5000 की धनराशि 3 वर्ष में ₹ 6050 हो जाएगी?

**हल:** यहाँ $A = ₹\ 6050$, $P = ₹\ 5000$, $T = 3$ वर्ष

$\therefore\ I = ₹\ (6050 - 5000) = ₹\ 1050$

$$I = P \times R \times T \text{ or } r\% = \frac{I}{P\times T} \qquad \therefore R = \frac{I\times 100}{P\times T}$$

$$R = \frac{1050\times 100}{5000\times 3} = 7\% \qquad \therefore R = 7\%$$

**उदाहरण 8.31:** एक धनराशि $12\frac{1}{2}\%$ साधारण ब्याज प्रतिवर्ष की दर से 4 वर्ष में ₹ 4875 हो जाती है। यह राशि ज्ञात कीजिए।

**हल:** यहाँ $A = ₹\ 4875$, $R = 12\frac{1}{2}\% = \frac{25}{2}\%$, $T = 4$ वर्ष

$I = P \times R \times T$

$$I = ₹\left(P\times\frac{25}{200}\times 4\right) = ₹\ \frac{P}{2}$$

$$\therefore\ A = ₹\left(P + \frac{P}{2}\right) = ₹\ \frac{3P}{2}$$

इसलिए, $\frac{3P}{2} = ₹\ 4875$ या $3P = ₹\ 9750$ या $P = ₹\ 3250$

**उदाहरण 8.32:** कितने समय में ₹ 2000 की राशि 14% वार्षिक साधारण ब्याज की दर से ₹ 560 साधारण ब्याज अर्जित कर लेगी?

**हल:** यहाँ $P = ₹\ 2000$, $I = ₹\ 560$, $R = 14\%$

$$I = P \times R \times T \text{ या } 560 = 2000\times\frac{14}{100}\times T$$

$$\therefore T = \frac{560 \times 100}{2000 \times 14} = 2 \text{ वर्ष}$$

इसलिए 2 वर्षों में, ₹ 2000 की राशि 14% वार्षिक ब्याज की दर पर ₹ 560 का ब्याज अर्जित करेगी।

**उदाहरण 8.33:** कोई राशि साधारण ब्याज पर 4 वर्षों में ₹ 1300 तथा 7 वर्षों में ₹ 1525 हो जाती है। राशि तथा ब्याज दर प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

**हल:** यहाँ $1300 = \frac{P \times R \times 4}{100} + P$ ...(i)

तथा $1525 = \frac{P \times R \times 7}{100} + P$ ...(ii)

(ii) से (i) घटाने पर $225 = \frac{P \times R \times 3}{100}$ or $\frac{P \times R}{100} = 75$

(i) में यह मान रखने पर,

$$1300 = 75 \times 4 + P \text{ या } P = ₹\ (1300 - 300) = ₹\ 1000$$

फिर हमारे पास $\frac{P \times R}{100} = 75$ or $R = \frac{75 \times 100}{P} = \frac{75 \times 100}{1000} = 7.5\%$

∴ मूलधन = ₹ 1000 और दर = 7.5% वार्षिक

विकल्पत**:**

4 वर्ष के पश्चात मिश्रधन = ₹ 1300

7 वर्ष के पश्चात मिश्रधन = ₹ 1525

∴ 3 वर्ष का ब्याज = ₹ [1525 – 1300] = ₹ 225

∴ 1 वर्ष का ब्याज = ₹ $\frac{225}{3}$ = ₹ 75

∴ 1300 = P + 4 वर्ष का ब्याज = P + 4 × 75 या P = ₹ (1300 – 300) = ₹ 1000

$$R = \frac{75 \times 100}{1000 \times 1} = 7.5\%$$

**उदाहरण 8.34:** एक राशि 10 वर्ष में दुगुनी हो जाती है। इसी साधारण ब्याज की दर पर कितने वर्षों में यह राशि अपनी $2\frac{1}{2}$ गुनी हो जाएगी?

**हल:** माना P = ₹ 100, T = 10 वर्ष, A = ₹ 200, $\therefore$ I = ₹ 100

$$\therefore 100 = \frac{100 \times R \times 10}{100} \text{ या } R = 10\%$$

अब P = ₹ 100, R = 10% औरA = ₹ 250 $\therefore$ I = ₹ 150

$$\therefore 150 = 100 \times \frac{10}{100} \times T \text{ or } T = 15 \text{ yrs}$$

इस प्रकार 15 वर्षों में यह राशि अपनी $2\frac{1}{2}$ गुनी हो जाएगी।

**उदाहरण 8.35:** ₹ 70,000 की राशि में से, जो एक वर्ष के लिए लगानी है, एक व्यक्ति ₹ 30,000, 4% वार्षिक की तथा ₹ 20,000, 3% वार्षिक की साधारण ब्याज पर उधार दे, ताकि उसे कुल राशि पर 5% ब्याज मिले।

**हल:** पूर्ण राशि पर 5% की दर से एक वर्ष का ब्याज

$$= ₹\ 70{,}000 \times \frac{5}{100} \times 1 = ₹\ 3500$$

₹ 30,000 पर 4% की दर से 1 वर्ष का ब्याज $= ₹\ 30000 \times \frac{4}{100} \times 1$

= ₹ 1200

₹ 20,000 पर 3% दर पर 1 वर्ष का ब्याज $= ₹\ 20000 \times \frac{3}{100} \times 1$

= ₹ 600

$\therefore$ शेष ₹ 20,000 पर 1 वर्ष का ब्याज = ₹ [3500 – 1200 – 600]

= ₹ 1700

$$\therefore 1700 = 20000 \times \frac{R}{100} \times 1 \text{ or } R = \frac{1700 \times 100}{20000} = 8.5\%$$

$\therefore$ शेष राशि को 8.5% की दर पर निवेश करना चाहिए।

## देखें आपने कितना सीखा 8.5

1. रमा ने ₹ 14000 अपने मित्र से 8% वार्षिक ब्याज की दर पर उधार लिए। यदि उसने 2 वर्ष बाद यह राशि लौटा दी तो उसने कुल कितना धन वापिस किया?
2. रमेश ने ₹ 15600 एक वित्तीय कम्पनी में जमा करवाए, जो 8% वार्षिक साधारण ब्याज देती है। 3 वर्ष पश्चात वह जो ब्याज प्राप्त करेगा, ज्ञात कीजिए।

टिप्पणी

3. नवीन ने ₹ 25000 अपने दो मित्रों को उधार दिए। उसने एक मित्र को ₹ 10,000 साधारण ब्याज की 10% वार्षिक दर पर तथा शेष राशि दूसरे मित्र को 12% वार्षिक दर पर दी। 2 वर्ष बाद उसे कितना ब्याज मिला?
4. शालिनी ने ₹ 29000 एक वित्तीय कम्पनी में 3 वर्ष के लिए जमा करवाए तथा उसे कुल ₹ 38570 वापिस मिले। साधारण ब्याज की प्रतिशत वार्षिक दर, क्या थी?
5. कितने समय में एक राशि पर 10% वार्षिक दर से, साधारण ब्याज, इस राशि का $\frac{2}{5}$ गुना हो जाएगा?
6. एक राशि पर साधारण ब्याज, किस दर पर 5 वर्ष में मूलधन का आधा हो जाएगा?
7. एक राशि साधारण ब्याज पर 3 वर्ष में ₹ 1265 तथा 6 वर्ष में ₹ 1430 हो जाती है। राशि तथा ब्याज दर ज्ञात कीजिए।
8. ₹ 75000 की राशि में से, जो एक वर्ष के लिए निवेशित करनी है, एक व्यक्ति ₹ 30000, 5% वार्षिक दर पर तथा ₹ 24000, 4% वार्षिक साधारण ब्याज लगाता है। शेष धन को वह कितने प्रतिशत वार्षिक की दर से लगाए ताकि पूर्णधन पर उसे 6% ब्याज मिले।
9. एक राशि 8 वर्ष में दुगुनी हो जाती है। इसी ब्याज दर पर कितने समय में अपनी चार गुनी हो जाएगी?
10. किस परिस्थिति में ब्याज अधिक मिलेगा?
    (a) ₹ 5000 पांच वर्ष के लिए 4% वार्षिक साधारण ब्याज की दर पर जमा किए गए।
    (b) ₹ 4000 छः वर्ष के लिए 5% वार्षिक साधारण ब्याज की दर पर जमा किए गए।

### 8.5.4 चक्रवृद्धि ब्याज

पिछले खंण्ड में आपने साधारण ब्याज के बारे में पढ़ा। जब ब्याज की गणना उधार के पूरे समय के मूलधन पर की जाती है, तो ब्याज, साधारण ब्याज कहलाता है और दिया जाता है

$$I = P \times R \times T$$

परन्तु यदि निर्दिष्ट समय के पश्चात ब्याज की राशि लौटाई नहीं जाती, तो यह मूलधन का एक भाग बन जाती है, इसलिए अगले निर्दिष्ट समय के लिए इसे मूलधन में जोड़ दिया जाता है तथा अगले निर्दिष्ट समय के लिए ब्याज इस नए मूलधन पर ज्ञात किया जाता है। इस प्रकार अभिकलित किए गए ब्याज को **चक्रवृद्धि ब्याज** कहते हैं।

वह समय जिसके बाद ब्याज मूलधन में जोड़ दिया जाता है, **रूपान्तरण अवधि** कहलाता है।

यह अवधि एक वर्ष, आधा वर्ष या तीन मास हो सकती है तथा ब्याज को प्रति वर्ष, प्रति छमाही अथवा प्रति तिमाही संयोजित किया गया, कहा जाता है। आइए कुछ उदाहरण लें।

**उदाहरण 8.36:** ₹ 2000 पर दो वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए, जबकि ब्याज 10% वार्षिक की दर से प्रतिवर्ष संयोजित किया जाता है।

**हल:** यहाँ $P = ₹\ 2000$ और $R = 10\%$

$\therefore$ पहली रूपांतरण अवधि (पहले वर्ष) के लिए ब्याज

$$= ₹\ 2000 \times \frac{10}{100} \times 1 = ₹\ 200$$

$\therefore$ दूसरे वर्ष (या दूसरी अवधि) के लिए मूलधन

$$= ₹\ (2000 + 200) = ₹\ 2200$$

$\therefore$ दूसरी अवधि के लिए ब्याज $= ₹\ 2200 \times \frac{10}{100} \times 1 = ₹\ 220$

$\therefore$ दो वर्ष के अंत में देय धन $= ₹\ (2200 + 220)$

$$= ₹\ 2420$$

$\therefore$ 2 वर्ष के अंत में देय ब्याज $= ₹\ (2420 - 2000)$

$$= ₹\ 420$$

अथवा [$₹\ (200 + 220) = ₹\ 420$]

$\therefore$ चक्रवृद्धि ब्याज $= ₹\ 420$

अतः चक्रवृद्धि ब्याज परिकलित करने के लिए प्रति वर्ष (या प्रति रूपांतरण अवधि) बना ब्याज मूलधन में जोड़कर उस पर अगली अवधि का ब्याज परिकलित किया जाता है।

### 8.5.4.1 चक्रवृद्धि ब्याज का सूत्र

माना कि राशि P, n वर्षों के लिए r% वार्षिक दर से उधार ली गई, तो

पहले वर्ष के लिए ब्याज $= P \times \frac{r}{100} \times 1 = \frac{Pr}{100}$

1 वर्ष के पश्चात मिश्रधन = दूसरे वर्ष का मूलधन $= P + \frac{Pr}{100}$

$$= P\left(1 + \frac{r}{100}\right)$$

दूसरे वर्ष का ब्याज $= P\left(1 + \frac{r}{100}\right) \times \frac{r}{100} \times 1 = \frac{Pr}{100} \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)$

दूसरे वर्ष के अंत में मिश्रधन $= P\left(1 + \frac{r}{100}\right) + \frac{Pr}{100}\left(1 + \frac{r}{100}\right) = P\left(1 + \frac{r}{100}\right)\left(1 + \frac{r}{100}\right)$

$$= P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^2$$

इसी प्रकार, तीसरे वर्ष के पश्चात मिश्रधन = $P\left(1+\frac{r}{100}\right)^3$ और इस प्रकार

n वर्षों के पश्चात मिश्रधन = $P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$

इस प्रकार यदि A मिश्रधन को प्रदर्शित करता है तो R, r% या $\frac{r}{100}$ को प्रदर्शित करता है। तो

$$A = P(1+R)^n = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$$

और चक्रवृद्धि ब्याज $= A - P = P(1+R)^n - P$

$$= P[(1+R)^n - 1] \text{ or } P\left[\left(1+\frac{r}{100}\right)^n - 1\right]$$

**नोट:** पहले वर्ष (या पहली रूपांतरण अवधि) के लिए साधारण ब्याज तथा चक्रवृद्धि ब्याज बराबर होते हैं।

**उदाहरण 8.37:** ₹ 20,000 पर 3 वर्ष के लिए 5% वार्षिक दर पर चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए जबकि ब्याज प्रतिवर्ष संयोजित होता है।

**हल:** यहाँ P = ₹ 20,000, R = 5% तथा n = 3

$\therefore$ चक्रवृद्धि ब्याज $= P[(1+R)^n - 1]$

$$= ₹\ 20000\left[\left(1+\frac{5}{100}\right)^3 - 1\right]$$

$$= ₹\left[\left(\frac{21}{20}\right)^3 - 1\right] = ₹\ 20000 \times \left[\frac{9261-8000}{8000}\right]$$

$$= ₹\ 3152.50$$

**उदाहरण 8.38:** ₹ 20,000 पर 10% वार्षिक दर से $1\frac{1}{2}$ वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज परिकलित कीजिए जबकि ब्याज प्रति छमाही संयोजित होता है।

**हल:** यहाँ P = ₹ 20,000, R = 10% वार्षिक

= 5% प्रति छमाही

और $n = 1\frac{1}{2}$ वर्ष = 3 छमाही

$\therefore$ चक्रवृद्धि ब्याज $= P[(1 + R)^n - 1] = ₹\ 20{,}000\left[\left(1+\frac{5}{100}\right)^3 - 1\right]$

$= ₹\ 20{,}000 \times \left[\frac{9261}{8000} - 1\right] = ₹\ 3152.50$

**उदाहरण 8.39:** ₹ 20,000 पर 4% वार्षिक दर से 9 महीने का चक्रवृद्धि ब्याज परिकलित कीजिए, जबकि ब्याज प्रति तिमाही संयोजित होता है।

**हल:** यहाँ P = ₹ 20,000, R = 4% वार्षिक

= 1% प्रति तिमाही

और n = 3/4 वर्ष = 3 तिमाही

$\therefore$ चक्रवृद्धि ब्याज $= P[(1 + R)^n - 1] = ₹\ 20{,}000\left[\left(1+\frac{1}{100}\right)^3 - 1\right]$

$= ₹\ 20{,}000 \times \left[\left(\frac{101}{100}\right)^3 - 1\right] = ₹\ \frac{20000 \times 30301}{100 \times 100 \times 100}$

$= ₹\ 606.02$

**उदाहरण 8.40:** ₹ 12000 पर 10% वार्षिक दर पर $1\frac{1}{2}$ का मिश्रधन तथा चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए जबकि ब्याज वार्षिक संयोजित होता है।

**हल:** यहाँ P = ₹ 12000, R = 10% तथा $n = 1\frac{1}{2}$ वर्ष

क्योंकि ब्याज वार्षिक संयोजित होता है, इसलिए 1 वर्ष के अन्त में मिश्रधन

$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^1 = ₹\ 12000 \times \left(1+\frac{10}{100}\right)^1$

$= ₹\ 12000 \times \frac{11}{10} = ₹\ 13200$

$\therefore$ अगले छ महीनों के लिए मूलधन = ₹ 13200

तथा $R = \frac{10}{2}\% = 5\%$

$$\therefore\ A = ₹\ 13200\left(1+\frac{5}{100}\right)^{1} = ₹\ 13200 \times \frac{21}{20}$$

$$= ₹\ 13860$$

$\therefore\ 1\frac{1}{2}$ वर्ष पश्चात मिश्रधन $= ₹\ 13860$

चक्रवृद्धि ब्याज $= ₹\ [13860 - 12000]$

$= ₹\ 1860$

नोट: हम $1\frac{1}{2}$ वर्ष का मिश्रधन इस प्रकार भी परिकलित कर सकते हैं

$$A = ₹\ 12000\left(1+\frac{10}{100}\right)^{1}\left(1+\frac{5}{100}\right)^{1}$$

**उदाहरण 8.41:** किस दर प्रतिशत वार्षिक पर ₹ 15,625 की राशि ₹ 17576 हो जाएगी, जबकि ब्याज वार्षिक संयोजित होता है।

**हल:** यहाँ $A = ₹\ 17576$, $P = ₹\ 15,625$ तथा $n = 3$

माना $R = r\%$ वार्षिक

$$\therefore 17576 = 15625\left(1+\frac{r}{100}\right)^{3}$$

$$\therefore \left(1+\frac{r}{100}\right)^{3} = \frac{17576}{15625} = \left(\frac{26}{25}\right)^{3}$$

$$\therefore \left(1+\frac{r}{100}\right) = \frac{26}{25} \text{ or } \frac{r}{100} = \frac{26}{25} - 1 = \frac{1}{25}$$

या $r = \frac{100}{25} = 4$

$\therefore$ दर $= 4\%$ वार्षिक

**उदाहरण 8.42:** कितने समय में ₹ 8000 की राशि 10% वार्षिक दर से ₹ 9261 हो जाएगी जबकि ब्याज प्रति छमाही संयोजित होता है?

**हल:** यहाँ A= ₹ 9261, P = ₹ 8000 तथा n = x छमाही

R = 10% वार्षिक = 5% प्रति छमाही

$$\therefore 9261 = 8000\left(1+\frac{5}{100}\right)^x$$

या $\frac{9261}{8000} = \left(\frac{21}{20}\right)^x$ या $\left(\frac{21}{20}\right)^3 = \left(\frac{21}{20}\right)^x$

$$\therefore x = 3$$

$\therefore$ समय = 3 छमाही = $1\frac{1}{2}$ वर्ष

**उदाहरण 8.43:** ₹ 24000 की राशि पर 4% वार्षिक दर से $1\frac{1}{2}$ में साधारण ब्याज तथा चक्रवृद्धि ब्याज में अंतर ज्ञात कीजिए, जबकि ब्याज प्रति छमाही संयोजित होता है।

**हल:** यहाँ P = ₹ 24000, R = 4% वार्षिक

$T = \frac{3}{2}$ वर्ष          R = 2% प्रति छमाही

$n = 1\frac{1}{2}$ वर्ष $= \frac{3}{2}$ वर्ष = 3 अर्ध वर्ष (छमाही)

साधारण ब्याज = P × R × T = ₹ $24000 \times \frac{4}{100} \times \frac{3}{2}$

= ₹ 1440.

चक्रवृद्धि ब्याज के लिए, $A = P\left[\left(1+\frac{R}{100}\right)^n\right]$

$$A = ₹\ 24000\left[\left(1+\frac{2}{100}\right)^3\right]$$

$$A = ₹\ 24000\left[\left(\frac{51}{50}\right)^3\right] = ₹\ 24000\left[\frac{51}{50}\times\frac{51}{50}\times\frac{51}{50}\right]$$

$$= ₹\ \frac{24 \times 51 \times 51 \times 51}{125} = ₹\ 25468.99 \text{ or } ₹\ 25469$$

$\therefore$ चक्रवृद्धि ब्याज = ₹ [25469 – 24000] = ₹ 1469

अंतर = चक्रवृद्धि बयाज – साधारण ब्याज = ₹ [1469 – 1440]

= ₹ 29

**उदाहरण 8.44:** एक राशि चक्रवृद्धि ब्याज पर $1\frac{1}{2}$ वर्ष के लिए 4% वार्षिक दर पर लगाई गई जबकि ब्याज वार्षिक संयोजित होता है। यदि इस राशि पर ब्याज प्रति छमाही संयोजित होता, तो पहले से ₹ 20.40 अधिक मिलते। वह राशि ज्ञात कीजिए।

**हल:** माना राशि ₹ $x$ है।

यहाँ R = 4% वार्षिक, या 2% प्रति छमाही

$T = 1\frac{1}{2}$ वर्ष या 3 छमाही

पहली स्थिति में,

$$A = ₹\ x\left[1+\frac{4}{100}\right]^1\left[1+\frac{2}{100}\right]^1$$

$$= ₹\ x\left(\frac{26}{25}\right)\left(\frac{51}{50}\right) = ₹\ \frac{1326x}{1250}$$

दूसरी स्थिति में,

$$A = ₹\ x\left(1+\frac{2}{100}\right)^3 = ₹\ x\left(\frac{51}{50}\right)^3$$

$$= ₹\ \frac{132651}{125000}$$

$$\therefore \text{ अन्तर } = ₹\ \left[\frac{132651}{125000}x - \frac{1326}{1250}x\right]$$

$$= ₹\ \frac{51x}{125000}$$

$$\therefore \frac{51x}{125000} = \frac{2040}{100} \text{ or } x = ₹\ \frac{2040}{100} \times \frac{125000}{51} = ₹\ 50{,}000$$

$\therefore$ राशि = ₹ 50,000

## देखें आपने कितना सीखा 8.6

1. ₹ 15625 पर 4% वार्षिक दर से 3 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए, जबकि ब्याज वार्षिक संयोजित होता है।
2. ₹ 15625 पर 8% वार्षिक दर से $1\frac{1}{2}$ वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए जबकि ब्याज प्रति छमाही संयोजित होता है।
3. ₹ 16000 पर 20% वार्षिक दर से 9 मास का चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए जबकि ब्याज प्रति तिमाही संयोजित होता है।
4. वह राशि ज्ञात कीजिए जो 3 वर्ष में 5% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज से ₹ 27783 हो जाती है जबकि ब्याज वार्षिक संयोजित होता है।
5. ₹ 30,000 पर 3 वर्ष में 10% वार्षिक दर से साधारण तथा चक्रवृद्धि ब्याज में अंतर ज्ञात कीजिए जबकि ब्याज प्रतिवर्ष संयोजित होता है।
6. किसी राशि पर 8% वार्षिक दर से $1\frac{1}{2}$ वर्ष का साधारण तथा चक्रवृद्धि ब्याज का अन्तर ₹ 228 है, जबकि ब्याज प्रति छमाही संयोजित होता है। वह राशि ज्ञात कीजिए।
7. एक राशि का 9 महीने के लिए 20% वार्षिक दर पर निवेश किया गया, जबकि ब्याज प्रति छमाही संयोजित होता है। यदि ब्याज प्रति तिमाही संयोजित किया जाए तो पहले से ₹ 210 अधिक अर्जित होंगे। राशि ज्ञात कीजिए।
8. ₹ 15625 की राशि 8% वार्षिक दर से ₹ 17576 हो जाती है, जबकि ब्याज प्रति छमाही संयोजित होता है। समय ज्ञात कीजिए।
9. वह दर ज्ञात कीजिए जिससे ₹ 4000 की राशि पर 9 महीनों का ब्याज ₹ 630.50 हो जाता है जबकि ब्याज प्रति तिमाही संयोजित होता है।
10. एक राशि 2 वर्ष में ₹ 17640 तथा 3 वर्ष में ₹ 18522 हो जाती है जबकि ब्याज की दर वही रहती है तथा ब्याज वार्षिक संयोजित होता है। राशि तथा ब्याज की दर प्रतिशत वार्षिक ज्ञात कीजिए।

### 8.5.5 बढ़ोतरी तथा अवमूल्यन की दर

दैनिक जीवन में हम देखते हैं कि कुछ वस्तुओं जैसे जनसंख्या, पौधों, बाइरस इत्यादि में बढ़ोतरी होती है तथा वस्तुओं जैसे मशीनरी, कार, मोटर साइकिल इत्यादि की कीमतों में प्रयोग के बाद कमी आ जाती है।

बढ़ोतरी तथा अवमूल्यन की समस्याओं को, पिछले खंड मे प्राप्त किए गए चक्रवृद्धि ब्याज के सूत्र से हल किया जा सकता है।

यदि $V_o$ एक वस्तु का प्रारंभिक मूल्य हो तथा $V_n$ वस्तु का 'n' रूपांतरण अवधियों के पश्चात का मूल्य हो तथा बढ़ोतरी अथवा अवमूल्यन की प्रति अवधि दर को r% से लिखा जाए, तो हम लिख सकते हैं कि

$$V_n = V_o\left(1+\frac{r}{100}\right)^n \text{ जब बढ़ोतरी होती है, तथा}$$

$$V_n = V_o\left(1-\frac{r}{100}\right)^n \text{ जब अवमूल्यन होता है।}$$

यदि बढ़ोतरी अथवा अवमूल्यन की दरें हर रूपांतरण में बदलती रहें तो, $V_n$ को दर्शाते हैं

$$V_n = V_o\left(1+\frac{r_1}{100}\right)\left(1+\frac{r_2}{100}\right)\left(1+\frac{r_3}{100}\right)\text{.... बढ़ोतरी के लिए और}$$

$$V_n = V_o\left(1-\frac{r_1}{100}\right)\left(1-\frac{r_2}{100}\right)\left(1-\frac{r_3}{100}\right)\text{.... अवमूल्यन के लिए}$$

आइए, इस संकल्पना को निम्न उदाहरणों द्वारा स्पष्ट करें।

**उदाहरण 8.45:** एक शहर की जनसंख्या 9765625 है। तीन वर्ष पश्चात, इस शहर की जनसंख्या क्या होगी यदि बढ़ोतरी की दर 4% प्रतिवर्ष है?

**हल:** यहाँ $V_o = 9765625,\ r = 4\%$ तथा $n = 3$

$$\therefore\ V_3 = 9765625\left[1+\frac{4}{100}\right]^3$$

$$= 9765625\times\left(\frac{26}{25}\right)^3$$

$$= 10985000.$$

अतः 3 वर्ष पश्चात शहर की जनसंख्या होगी = 10985000.

**उदाहरण 8.46:** एक कार का मूल्य जनवरी 2005 में ₹ 3,50,000 है। यदि पहले वर्ष अवमूल्यन की दर 15% तथा अगले वर्षों में 10% है, तो 3 वर्ष के पश्चात इसका मूल्य ज्ञात कीजिए।

**हल:** यहाँ $V_o = ₹\ 3,50,000$

$r_1 = 15\%,\ r_2 = 10\%$ तथा $r_3 = 10\%$

$$\therefore V_3 = V_o\left(1-\frac{r_1}{100}\right)\left(1-\frac{r_2}{100}\right)\left(1-\frac{r_3}{100}\right)$$

$$= ₹\ 350000\left(1-\frac{15}{100}\right)\left(1-\frac{10}{100}\right)\left(1-\frac{10}{100}\right)$$

$$= ₹\ 350000\times\frac{17}{20}\times\frac{9}{10}\times\frac{9}{10} = ₹\ 2,40,975/-$$

$\therefore$ 3 वर्ष पश्चात कार का मूल्य = ₹ 240975.

**उदाहरण 8.47:** एक पौधा, मास के शुरू में जो इसकी ऊँचाई थी, उसके 2% की दर से प्रतिमाह बढ़ता है। यदि जनवरी 2008 के शुरू में इसकी ऊँचाई 1.2 मी थी तो अप्रैल 2008 के शुरू में इसकी ऊँचाई, दशमलव के तीन स्थानों तक ठीक ज्ञात कीजिए।

**हल:** यहाँ $V_o = 1.2$ मी, $r = 2\%$, $n = 3$

$$\therefore V_3 = V_o\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$$

$$= 1.2\left(1+\frac{2}{100}\right)^3 = 1.2\left(\frac{51}{50}\right)^3 = 1.2734 \text{ मी}$$

$= 1.273$ मी

अतः अप्रैल के शुरू में पौधे की ऊँचाई = 1.273 मी

**उदाहरण 8.48:** एक दवाई के कारण एक कल्चर का वाइरस 5% प्रति घंटा की दर से कम होता है। यदि 11 बजे प्रातः वाइरस की मात्रा $2.3 \times 10^7$ थी तो 1.00 बजे दोपहर उसी दिन, वाइरस की मात्रा ज्ञात कीजिए।

**हल:** $V_o = 2.3 \times 10^7$, $r = 5\%$, $n = 2$

$$V_2 = 2.3\times10^7\left(1-\frac{5}{100}\right)^2 = 2.3\times10^7\times(0.95)^2$$

$= 2.076 \times 10^7$

अतः 1 बजे (बाद दोपहर) वाइरस की मात्रा = $2.076 \times 10^7$.

## देखें आपने कितना सीखा 8.7

1. एक नगर की जनसंख्या 281250 है। यदि जनसंख्या बढ़ने की दर 4% प्रति वर्ष हो तो 3 वर्ष के पश्चात जनसंख्या कितनी होगी?

2. एक कार का जनवरी 2005 में मूल्य ₹ 4,36,000 था। इसके मूल्य में पहले वर्ष 15% का अवमूल्यन तथा फिर अगले वर्षों में प्रत्येक वर्ष में 10% का अवमूल्यन होता है। जनवरी 2008 में कार का मूल्य ज्ञात कीजिए।
3. आज एक मशीनरी का मूल्य ₹ 360000 है। पहले वर्ष में इसके मूल्य में 12% का अवमूल्यन होता है और उसके पश्चात हर वर्ष इसका मूल्य 8% कम हो जाता है। 3 वर्ष के अन्त में मशीनरी का मूल्य कितना घट गया?
4. खाद डालने से खेती की पैदावार पहले वर्ष 10% बढ़ जाती है, दूसरे वर्ष 5% तथा तीसरे वर्ष 4% बढ़ती है। यदि वर्ष 2005 में खेती की पैदावार 3.5 टन प्रति हेक्टेयर थी तो वर्ष 2008 में खेती की पैदावार प्रति हैक्टेयर ज्ञात कीजिए।
5. एक दवाई के कारण एक कल्चर का वाइरस 4% प्रति घंटा की दर से कम होता है। यदि 9 बजे प्रातः वाइरस की मात्रा $3.5 \times 10^8$ थी तो उसी दिन 11.00 बजे प्रातः वाइरस की मात्रा ज्ञात कीजिए।
6. एक गांव की जनसंख्या तीन वर्ष पहले 50000 थी। उसके पश्चात् पहले वर्ष में जनसंख्या में 5% की बढ़ोतरी हुई। दूसरे वर्ष में किसी महांमारी के कारण जनसंख्या 10% घट गई तथा तीसरे वर्ष बढ़ोतरी की दर 4% पाई गई। गांव की वर्तमान की जनसंख्या ज्ञात कीजिए।

## आइये दोहराएँ

- प्रतिशत का अर्थ है 'प्रति सैकड़ा'।
- प्रतिशत, भिन्नों और दशमलव के रूप में लिखे जा सकते हैं और विलोमतः।
- एक प्रतिशत को भिन्न के रूप में लिखने के लिए % का चिन्ह हटा देते हैं और संख्या को 100 से भाग कर देते हैं।
- एक भिन्न को प्रतिशत के रूप में लिखने के लिए हम भिन्न को 100 से गुणा करते हैं, सरल करते हैं ओर संख्या के अन्त में % का चिन्ह लगाते हैं।
- एक संख्या या राशि का विशेष प्रतिशत निकालने के लिए हम प्रतिशत को भिन्न या दशमलव के रूप में बदलते हैं और तब गुणा करते हैं।
- जब विक्रय मूल्य, क्रय मूल्य से अधिक हो तो लाभ होगा।
- जब विक्रय मूल्य, क्रय मूल्य से कम हो तो हानि होगी।

लाभ = वि.मू. – क्र.मू. ; हानि = क्र.मू. – वि.मू.

$$\text{लाभ \%} = \frac{\text{लाभ}}{\text{क्र.मू.}} \times 100 \quad ; \quad \text{हानि \%} = \frac{\text{हानि}}{\text{क्र.मू.}} \times 100$$

$$\text{वि.मू.} = \frac{100 + \text{लाभ}\,\%}{100} \times \text{क्र.मू.} \quad ; \quad \text{वि.मू.} = \frac{100 - \text{हानि}\%}{100} \times \text{क्र.मू.}$$

- मूलधन (P), दर (R.), T वर्षों के लिए ब्याज (I) की गणना निम्न सूत्र से की जाती है

  $I. = P \times R \times T$
- बट्टा, छपी हुई कीमत में कटौती होती है।
- वस्तुओं के अंकित मूल्य पर बट्टे की गणना की जाती है।
- (अंकित मूल्य – बट्टा), वह मूल्य होता है जो ग्राहक को वस्तु खरीदते समय चुकाना होता है।
- दो या दो से अधिक बट्टे, बट्टा श्रेणी कहलाते हैं।
- चक्रवृद्धि ब्याज से संबंधित समस्याओं के लिए

  मिश्रधन (A) = $P(1 + R)^n$, जहाँ P मूलधन है, R = दर% तथा n = समय
- पहली रूपान्तरण अवधि को छोड़कर, चक्रवृद्धि ब्याज साधारण ब्याज से अधिक होता है।
- यदि किसी वस्तु का आरम्भ में मूल्य $V_o$ है, n रूपान्तरण अवधियों के पश्चता मूल्य $V_n$ है तथा घटने या बढ़ने की दर 'r%' है, तो

  $$V_n = V_o\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n \quad \text{बढ़ोतरी के लिए, तथा}$$

  $$V_n = V_o\left(1 - \frac{r}{100}\right)^n \quad \text{अवमूल्यन के लिए}$$
- यदि बढ़ने/अवमूल्यन की दर प्रत्येक रूपांतरण अवधि में भिन्न हो, तो

  $$V_n = V_o\left(1 + \frac{r_1}{100}\right)\left(1 + \frac{r_2}{100}\right)\left(1 + \frac{r_3}{100}\right)\ldots \quad \text{बढ़ोतरी के लिए}$$

  $$V_n = V_o\left(1 - \frac{r_1}{100}\right)\left(1 - \frac{r_2}{100}\right)\left(1 - \frac{r_3}{100}\right)\ldots \quad \text{अवमूल्यन के लिए}$$

## आइए अभ्यास करें

1. निम्न में से प्रत्येक को प्रतिशत के रूप में लिखिए:

   (a) $\frac{9}{20}$ (b) $\frac{7}{10}$ (c) 0.34 (d) 0.06

टिप्पणी

2. निम्न में प्रत्येक को दशमलव के रूप में लिखिए:

   (a) 36%   (b) 410%   (c) 2%   (d) 0.35%

3. निम्न में प्रत्येक को भिन्न के रूप में लिखिए:

   (a) 0.12%   (b) 2.5%   (c) 25.5%   (d) 255%

4. निम्न में प्रत्येक का मान ज्ञात कीजिए:

   (a) 500 का 23%   (b) 800 का 2.5%   (c) 1000 का 0.4%   (d) 400 का 115%

5. 700 का कितने प्रतिशत 294 है?

6. 60, 45 से कितने प्रतिशत अधिक है?

7. कौन सी संख्या 10% बढ़ाए जाने पर 352 हो जाती है?

8. ऐसी संख्या ज्ञात कीजिए जिसका 15%, 270 है।

9. कौन सी संख्या 7% घटाए जाने पर 16.74 हो जाती है?

10. यदि एक कक्षा में 3/4 गुना विद्यार्थी चश्मा पहनते हैं, तो कितने प्रतिशत विद्यार्थी चश्मा नहीं पहनते?

11. एक फ्रिज में 20 अंडे हैं जिनमें से 6 खराब है। कितने प्रतिशत अंडे खराब नहीं हैं?

12. एक कक्षा में 44% विद्यार्थी लड़कियां हैं। यदि लड़कियों की संख्या लड़कों से 6 कम हैं तो कक्षा में कुल कितने विद्यार्थी हैं?

13. एक चुनाव में, कुल जनसंख्या के 70% ने वोट डालें यदि 70,000 लोगों ने मत डाले हों तो नगर की जनसंख्या कितनी है?

14. एक व्यक्ति ने अपनी मासिक आय का 5% दान में दे दिया और शेष का 12% बैंक में जमा किया। यदि अब उसके पास ₹ 11704 हैं तो उसकी मासिक आय क्या थी?

15. रतन स्टोर्स में शनिवार को ₹ 12000 की बिक्री हुई जबकि उस दिन सीमा मोटर्स में ₹ 15000 की बिक्री हुई। अगले दिन उनकी क्रमशः बिक्री ₹ 15000 तथा ₹ 17500 हुई। किस स्टोर्स की बिक्री में अधिक उन्नति हुई?

16. एक परीक्षार्थी को प्रत्येक 100 अंकों के तीन पर्चों में पास होने के लिए औसत 45% अंक प्राप्त करने हैं। उसने पहले पर्चे में 35% अंक प्राप्त किए, तथा दूसरे में 50% प्राप्त किए। तीसरे पर्चे में वह कम से कम कितने अंक प्राप्त करे ताकि पास हो जाए?

17. चीनी के मूल्य में 25% की वृद्धि हो गई। एक गृहणी अपनी चीनी की लागत को कितने प्रतिशत घटाए ताकि चीनी पर उसका खर्च न बढ़े।

18. 90 बालपेन ₹ 160 में बेचने पर एक व्यक्ति को 20% हानि होती है। वह ₹ 96 में कितने पेन बेचे, ताकि उसे 20% का लाभ हो?

19. एक विक्रेता ने ₹ 5 के 6 के भाव केले खरीदे तथा उन्हें ₹ 3 के 4 के भाव बेच दिए। उसका लाभ या हानि प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

20. एक व्यक्ति ने अंडों की दो खेप खरीदी। पहली ₹ 18 प्रति दर्जन तो उतनी ही संख्या की दूसरी ₹ 20 प्रति दर्जन खरीदी। उसने इन्हें मिलाकर ₹ 23.75 प्रति दर्जन के भाव बेच दिया। उसका प्रतिशत लाभ ज्ञात कीजिए।

21. एक व्यक्ति एक वस्तु 10% लाभ पर बेचता है। यदि उसने इसे 10% कम पर खरीदा होता तथा ₹ 10 अधिक पर बेचता, तो उसे 25% लाभ होता। उस वस्तु का क्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

22. ₹ 80 अंकित मूल्य वाला जुराबों का जोड़ा ₹ 64 में उपलब्ध है। दिया जाने वाला प्रतिशत बट्टा ज्ञात कीजिए।

23. एक डीलर ₹ 1800 अंकित मूल्य वाला एक मेज 25% बट्टे पर खरीदता है। वह इसकी ढुलाई पर ₹ 150 खर्च करता है तथा 10% लाभ पर बेच देता है। मेज का विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

24.एक T.V. सेट ₹ 18750 देकर खरीदा गया। यदि डीलर द्वारा 25% बट्टा दिया गया तो TV सेट का अंकित मूल्य क्या था?

25. एक राशि 5 वर्ष के लिए जमा करवाई गई। 12% की दर से साधारण ब्याज दिया गया। यदि जमा करवाने वाले को ₹ 1200 ब्याज मिला तो जमा की गई राशि ज्ञात कीजिए।

26. एक राशि का साधारण ब्याज इस राशि का $\frac{1}{3}$ गुना है तथा, समय में वर्षों की संख्या दर प्रतिशत का तीन गुना है। ब्याज की दर ज्ञात कीजिए।

27. कितने समय में ₹ 2700, 4% वार्षिक दर पर उतना ही ब्याज देगें, जितना ₹ 2250, 4 वर्षों में 3% वार्षिक दर पर देते हैं?

28. एक राशि पर 10% वार्षिक दर पर 3 वर्ष तथा 2 वर्ष के साधारण ब्याज का अन्तर ₹ 300 है। राशि ज्ञात कीजिए।

29. वह राशि ज्ञात कीजिए जो 4% वार्षिक दर पर 3 वर्ष में ₹ 70304 हो जाए जबकि ब्याज प्रति वर्ष संयोजित होता है।

30. किसी राशि पर 2 वर्ष का 10% वार्षिक दर पर साधारण ब्याज तथा चक्रवृद्धि ब्याज (संयोजित प्रति वर्ष) का अंतर ₹ 50 है। वह राशि ज्ञात कीजिए।

31. एक राशि 3 वर्ष में ₹ 18522 तथा 4 वर्ष में ₹ 19448 हो जाती है जबकि ब्याज की दर वही रहती है तथा ब्याज वार्षिक संयोजित होता है। राशि तथा वार्षिक ब्याज की दर ज्ञात कीजिए।

32. वह राशि ज्ञात कीजिए जो 20% वार्षिक ब्याज की दर पर छः महीने में ₹ 26460 हो जाती है जबकि ब्याज प्रति तिमाही संयोजित होता है।

33. ब्याज की किस वार्षिक दर पर ₹ 12000 की राशि 3 वर्षों में ₹ 15972 हो जाएगी जबकि ब्याज प्रति वर्ष संयोजित होता है?

34. एक स्कूटर के मूल्य में पहले वर्ष 20% का अवमूल्यन होता है, दूसरे वर्ष में 15% का तथा तीसरे वर्ष में 10% वार्षिक अवमूल्यन होता है। यदि स्कूटर का आज का मूल्य ₹ 25000 है तो 3 वर्ष बाद इसका मूल्य कितना रह जाएगा।

35. 2 वर्ष पहले एक गांव की जनसंख्या 20,000 थी। पहले वर्ष यह 10% बढ़ी परन्तु दूसरे वर्ष में यह 10% घट गई। 2 वर्षों के अन्त में इसकी जनसंख्या ज्ञात कीजिए।

## देखें आपने कितना सीखा के उत्तर

### 8.1

1. (a) 48% (b) 45% (c) $41\frac{2}{3}\%$ (d) 40% (e) 20%
   (f) 30% (g) 36% (h) 126% (i) 288% (j) 98.48%

2. (a) $\frac{53}{100}$ (b) $\frac{17}{20}$ (c) $\frac{27}{160}$ (d) $\frac{137}{4000}$ (e) $\frac{1}{16}$
   (f) $\frac{7}{10}$ (g) $\frac{63}{400}$ (h) $\frac{1}{40000}$ (i) $\frac{947}{2000}$ (j) $\frac{21}{4000}$

3. (a) 97% (b) 73.5% (c) 3% (d) 207% (e) 80%
   (f) 175% (g) 2.5% (h) 325.75% (i) 15.2% (j) 300.15%

4. (a) 0.72 (b) 0.41 (c) 0.04 (d) 1.25 (e) 0.09
   (f) 4.1 (g) 3.5 (h) 1.025 (i) 0.00025 (j) 0.1025

5. 50% 6. 90% 7. 6.25% 8. 47.5% 9. 30%

10. 5%

### 8.2

1. (a) 200 (b) 564
2. ₹ 2625 3. 175, 100, 125, 100 4. 25%
5. 56.25% 6. 500 7. 36 मिनट
8. 6000 9. ₹ 40, ₹ 32 10. 4% कमी
11. B 12. 10.8%
13. ₹ 13200, ₹ 12000, ₹ 10000

**8.3**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. $33\frac{1}{3}$% लाभ | 2. 10% | 3. 25% | 4. 120 |
| 5. ₹ 2576 | 6. 21 | 7. 4% हानि | 8. ₹ 1108.80 |
| 9. 12% लाभ | 10. 15% लाभ | | |

**8.4**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. ₹ 318.75 | 2. 20% | 3. Rs. 15390 | 4. 25% |
| 5. ₹ 724.50 | 6. 10% हानि | 7. Rs. 2185 | 8. 10.4% |

**8.5**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. ₹ 16240 | 2. ₹ 3744 | 3. ₹ 5600 | 4. 11% |
| 5. 4 वर्ष | 6. 10% | 7. ₹ 1100, 5% | 8. $9\frac{5}{7}$% |
| 9. 24 वर्ष | 10. b | | |

**8.6**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. ₹ 1951 | 2. ₹ 1951 | 3. ₹ 2522 | 4. ₹ 24000 |
| 5. ₹ 630 | 6. ₹ 46875 | 7. ₹ 80000 | 8. $1\frac{1}{2}$ years |
| 9. 20% | 10. ₹ 1600, 5% | | |

**8.7**

| | | |
|---|---|---|
| 1. 316368 | 2. ₹ 300186 | 3. ₹ 291456 |
| 4. 4.2042 टन/है | 5. $3.2256\times10^{8}$ | 6. 49140 |

## आइए अभ्यास करें के उत्तर

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. (a) 45% | (b) 70% | (c) 34% | (d) 6% |
| 2. (a) 0.36 | (b) 4.10 | (c) 0.02 | (d) 0.0035 |
| 3. (a) $\frac{3}{2500}$ | (b) $\frac{1}{40}$ | (c) $\frac{51}{200}$ | (d) $\frac{51}{20}$ |
| 4. (a) 115 | (b) 20 | (c) 4 | (d) 460 |
| 5. 42% | 6. 25% | 7. 320 | 8. 1800 |
| 9. 18 | 10. 25% | 11. 70% | 12. 50 |
| 13. 1 लाख | 14. ₹ 14000 | 15. रतन स्टोर्स | 16. 50 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 17. 20% | 18. 36 | 19. 60% लाभ | 20. 25% |
| 21. ₹ 400 | 22. 20% | 23. ₹ 1650 | 24. ₹ 25000 |
| 25. ₹ 2000 | 26. $3\frac{1}{3}$ % | 27. $2\frac{1}{2}$ वर्ष | 28. ₹ 3000 |
| 29. ₹ 62500 | 30. ₹ 5000 | 31. ₹ 16000, 5% | 32. ₹ 24000 |
| 33. 10% | 34. ₹ 13500 | 35. 19800 | |